光の吸収、発光

○光と物質の相互作用

量子　$E = h\nu = \hbar\omega$　　$\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$

$p = \dfrac{h}{\lambda} = \hbar k$　　$h = 6.626\times10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$

$(\mathrm{k} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$:波数ベクトル$)$

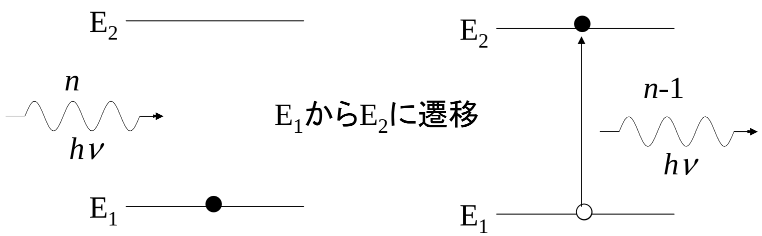
光子　$\omega = ck$

$c = \lambda\nu$

単一光子干渉ムービー

光(電場)と電子の相互作用 ： 電気双極子相互作用

共鳴(誘導)吸収 (Absorption)



エネルギー保存

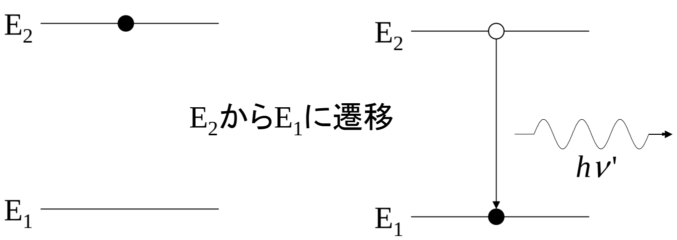
光子	電子		光子	電子
$nh\nu$	E_1	$\longrightarrow$	$(n-1)h\nu$	E_2

$$h\nu = E_2 - E_1$$

遷移確率は、光子数nに比例する。

$\propto$ 光強度

自然放出 (蛍光: Luminescence)



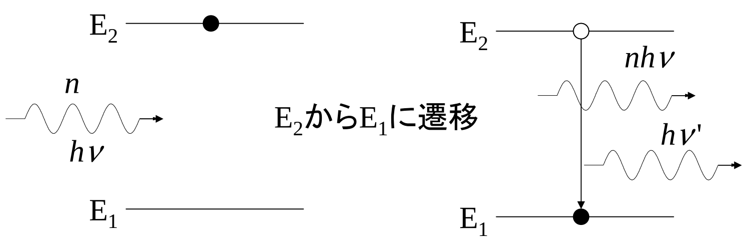
エネルギー保存

光子	電子		光子	電子
0	E_2	$\longrightarrow$	$h\nu'$	E_1

$$h\nu' = E_2 - E_1$$

遷移確率は一定

誘導放出 (Stimulated Emission)



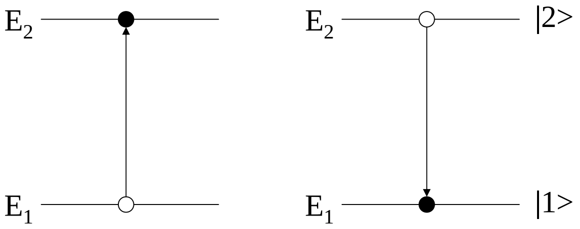
エネルギー保存

光子	電子		光子	電子
$nh\nu$	E_2	$\longrightarrow$	$nh\nu + h\nu'$	E_1

$= \underline{(n+1)h\nu}$ 光の増幅

遷移確率は、光子数nに比例する。

放出光子の周波数、進行方向、位相は入射光のものに等しい。



光学遷移
電気双極子相互作用

$H' = \boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{E}$
$= -e\mathbf{r}\cdot\mathbf{E}$

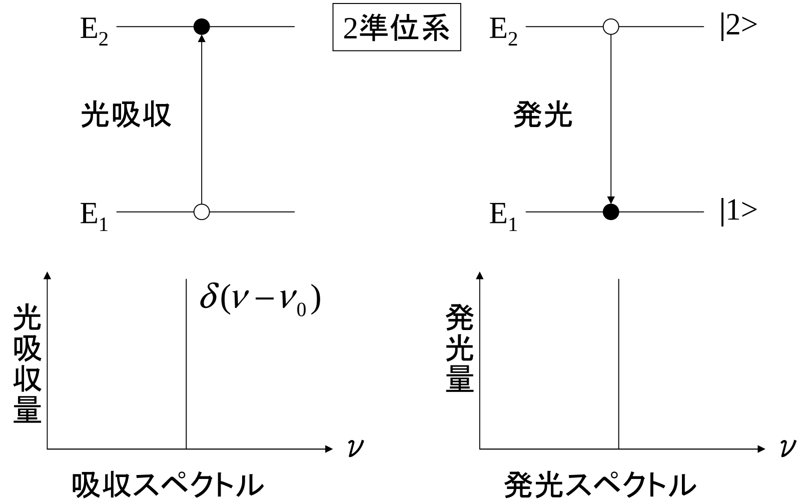
$H_0|1\rangle = E_1|1\rangle$,　$H_0|2\rangle = E_2|2\rangle$　相互作用が無ければ、状態は常に|1>か|2>

$H = H_0 + H'$　H'があると、$|1\rangle \rightleftarrows |2\rangle$の遷移が可能(かもしれない)

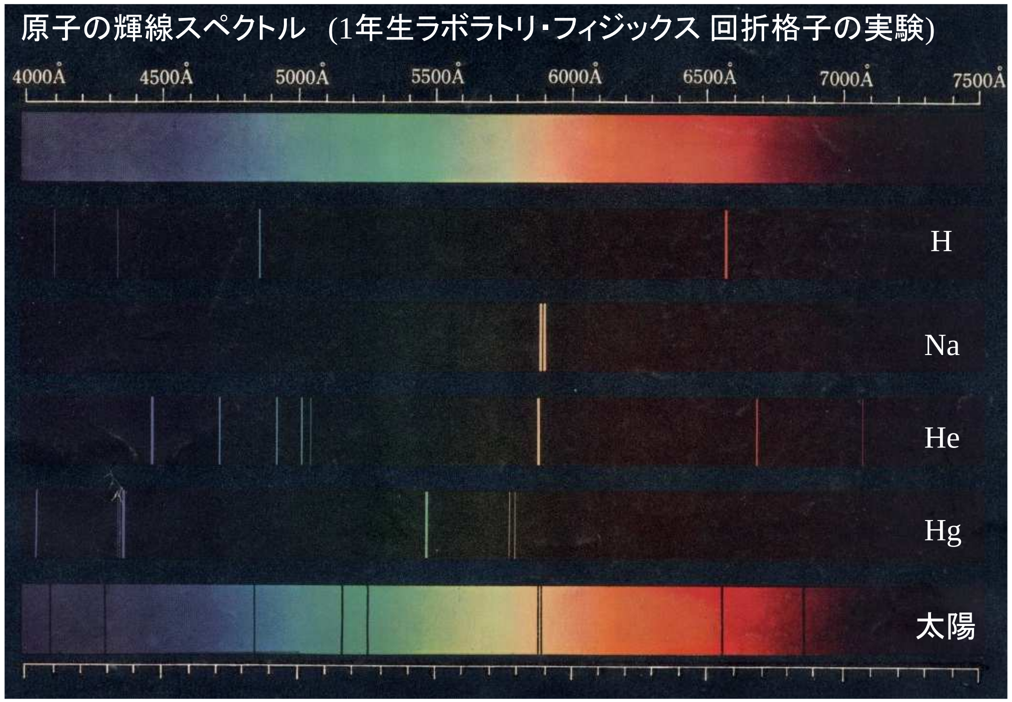
$\langle 1|H'|2\rangle \neq 0$　許容遷移：双極子遷移可能
たとえば、$|1s\rangle \to |2p\rangle$

$\langle 1|H'|2\rangle = 0$　禁制遷移：双極子遷移不可能
たとえば、$|1s\rangle \to |2s\rangle$

○スペクトル形状



$\nu = \nu_0$の位置に線スペクトルが現れる。
$E_0 = E_2 - E_1,\quad \omega_0 = 2\pi\nu_0 = E_0/\hbar$



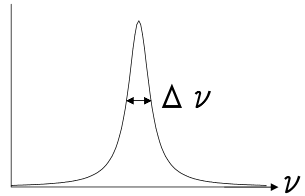
○スペクトル形状
２種類のスペクトル広がり(spectral broadening)
均一(homogeneous)広がりと不均一(inhomogeneous)広がり

$\boxed{\text{均一広がり}}$

|2>の状態にある時間 τ　：　有限
エネルギーと時間の不確定性
→　E_2の値が不確定

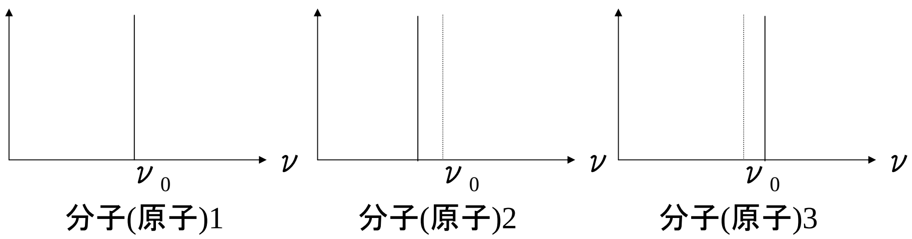
$$\delta(\nu-\nu_0) \;\to\; g(\nu) = \frac{\Delta\nu}{2\pi\left[(\Delta\nu/2)^2 + (\nu-\nu_0)^2\right]}$$

ローレンツ関数



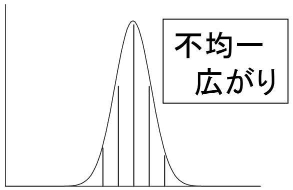
$\boxed{\text{均一広がり}}$

不均一広がり　遷移エネルギーに不均一がある場合
・気体分子の熱運動 → ドップラー効果
・原子のまわりの環境が異なる

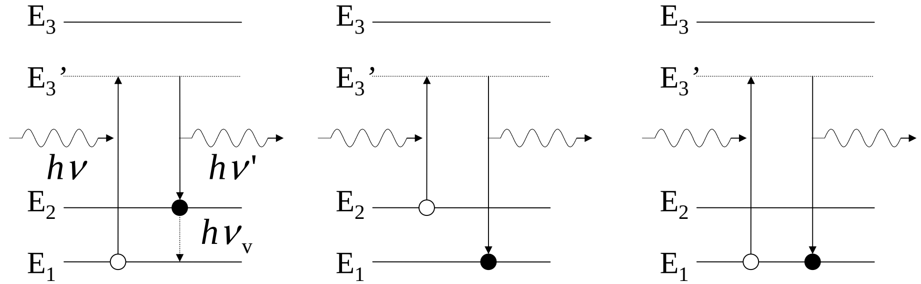


$$g(\nu)=\frac{2\sqrt{\ln 2}}{\sqrt{\pi}\Delta\nu}\exp\left[-4(\ln 2)\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu}\right)^2\right]$$

ガウス関数



○光散乱

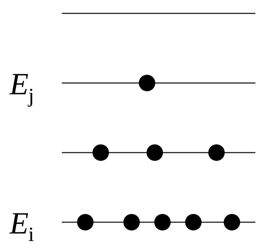


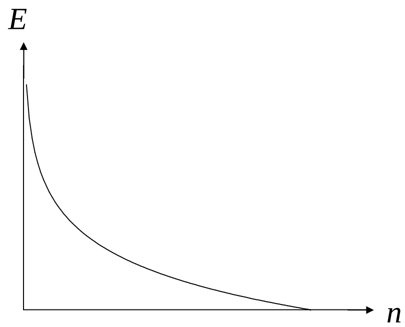
ストークス散乱　アンチストークス散乱　レイリー散乱

非弾性散乱：ラマン散乱

固体(結晶)中の格子振動を調べられる。

○反転分布



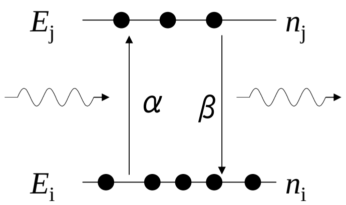


$$\frac{n_i}{n_j}=\exp\left(-\frac{E_i-E_j}{kT}\right)$$

$$n_i=A\exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right)$$ ボルツマン分布

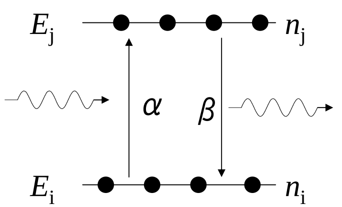
$E_i < E_j$のとき、$n_i > n_j$　　$n_i < n_j$の状況：反転分布

2準位系



$\beta \propto n_j$
∧
$\alpha \propto n_i$

吸収

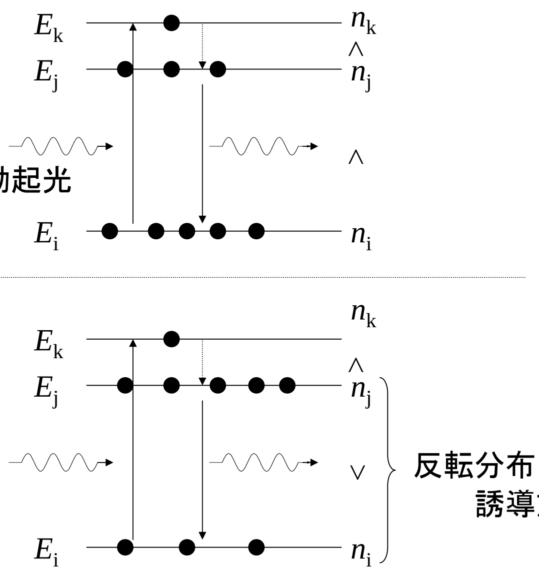


$\beta \propto n_j$
‖
$\alpha \propto n_i$

吸収されない
自己誘導透過

2準位系では反転分布は作れない。

3準位系

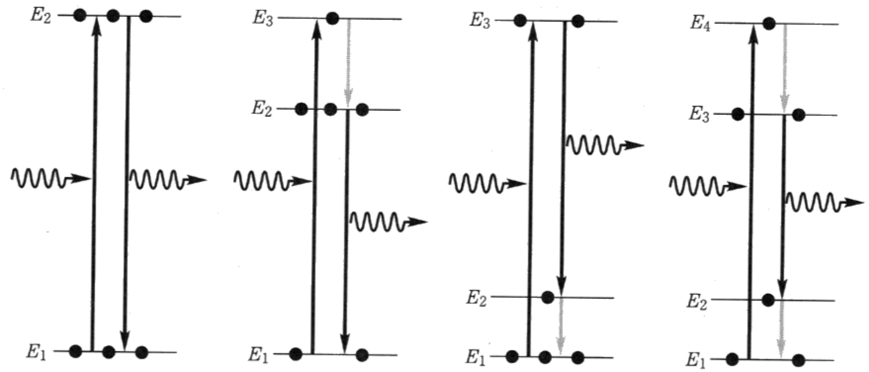


反転分布

誘導放出による光の増幅

↓

レーザー発振



(a) 2準位系　(b) 3準位系　(c) 3準位系　(d) 4準位系

課題1

1)$F(t)$のフーリエ変換$f(\omega)$と逆変換は、

$$f(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty}F(t)e^{+i\omega t}dt$$

$$F(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}f(\omega)e^{-i\omega t}d\omega$$

である。$F(t)=e^{-i\omega_0 t}$ のフーリエ変換が $\delta(\omega-\omega_0)$ に比例することを示せ。(線スペクトル)
ただし、δ 関数は、

$$g(\omega_0)=\int_{-\infty}^{+\infty}\delta(\omega-\omega_0)g(\omega)d\omega$$

と定義されている。

2) $F(t)=e^{-i\omega_0 t}e^{-\gamma|t|}$ のフーリエ変換がローレンツ関数になることを示せ。
これは、有限の寿命(～$1/\gamma$)のときにスペクトルが拡がりを持つことに対応する。
スペクトルの拡がり(半値全幅)と寿命($1/\gamma$)の積が一定であることを示せ。(不確定性の関係)

3) 可能ならローレンツ関数 $f(\omega)=\dfrac{\gamma}{(\omega-\omega_0)^2+\gamma^2}$ の(逆)フーリエ変換$F(t)$を求めよ。

もちろん答えは2)の$F(t)$に比例する。
複素積分と留数定理を使えば簡単に計算できる。

課題2(4年生用 - 量子力学)

$H_0|1>=E_1|1>$, $H_0|2>=E_2|2>$ で表される2準位系がある。($E_2>E_1$)
|1>, |2>は規格直交している(<1|1>=<2|2>=1, <1|2>=<2|1>=0)。

1) ハミルトニアンH_0を行列で表せ。
ヒント

$$|1>=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\quad |2>=\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

である。H_0は2行2列の行列。

ハミルトニアンに<1|H'|2>=<2|H'|1>=J (ただしE_2-E_1>>J)、<u><1|H'|1>=<2|H'|2>=0</u>となるH'が加わった。

2) $H=H_0+H'$を行列で表せ。

3) $H|\psi>=E|\psi>$を解いてエネルギー固有値が、

$$E_1'=E_1-\frac{J^2}{E_2-E_1},\quad E_2'=E_2+\frac{J^2}{E_2-E_1}$$

となることを示せ。また、それぞれの固有状態を求めよ。規格化はしないでよい。
ヒント

$$|\psi>=x|1>+y|2>=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$$

と置いて、(固有値)方程式を解く。