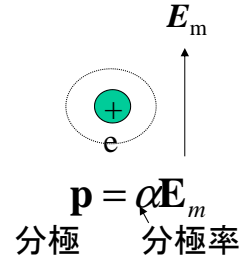
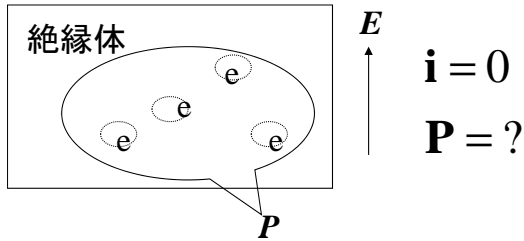
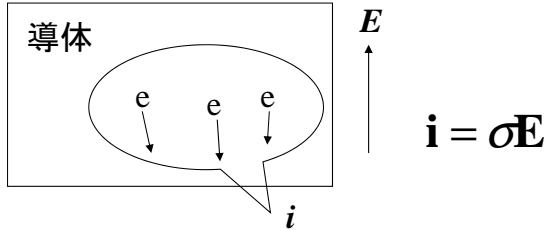
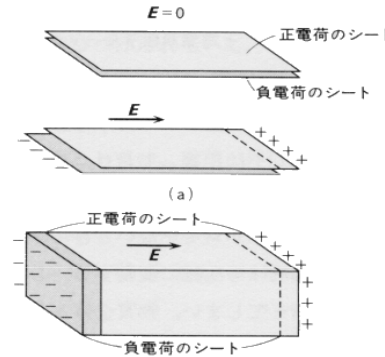
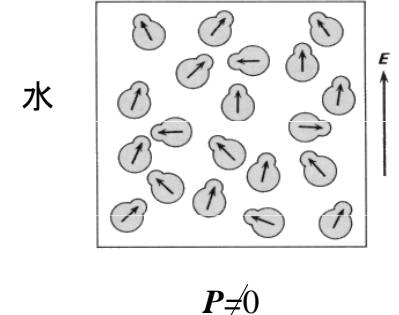
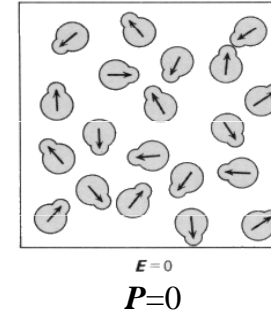
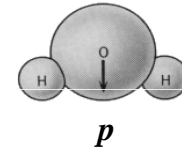


等方物質中での電磁場



$P = Np = N\alpha E_m$
 単位体積当たりの分子数

水分子



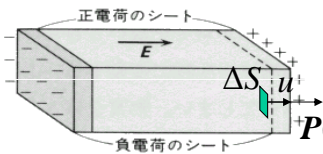
誘電体

外部からの電場により、
 絶縁体内部に分極が生じる。

電荷密度 ρ 、変位 u で ΔV 中に
 生じる電気双極子モーメント

$\Delta P = \rho \Delta V u$

分極と電束密度



分極ベクトル $P(r) = \rho u$
 電気双極子モーメントの体積平均
 向きは電荷の変位
 向きは電荷の変位
 大きさは単位面積あたりの分極電荷の量

微小な面 ΔS を通過する電荷量 $\rho u_n \Delta S = P_n \Delta S$

誘電体の分極により S の中から外へ移動した分極電荷量 q_p は

$q_p = -\int_S \mathbf{P}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S}$

分極電荷の密度を ρ_p とすれば、

$q_p = \int_V \rho_p(\mathbf{r}) dV$

ガウスの定理を用いれば、

$\nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{r}) = -\rho_p(\mathbf{r})$

物質中のガウスの法則は普通の電荷 ρ (真電荷) と分極電荷 ρ_p を考慮して

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{\epsilon_0} \{ \rho(\mathbf{r}) + \rho_p(\mathbf{r}) \} \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \{ \rho(\mathbf{r}) - \nabla \cdot \mathbf{P}(\mathbf{r}) \} \end{aligned}$$

したがって、
 $\nabla \cdot \{ \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{P}(\mathbf{r}) \} = \rho(\mathbf{r})$
 \parallel
 $\mathbf{D}(\mathbf{r})$ 電束密度

$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})$

物質中のガウスの法則

$\int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}(\mathbf{r}) dS = \int_V \rho(\mathbf{r}) dV$

等方的な物質の場合

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}(\mathbf{r})$$

電気感受率 > 0 : 電場と同じ向き

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \mathbf{P}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}) + \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r})$$

比誘電率 $\kappa = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} > 1$

ϵ : 物質の誘電率

物質 (誘電体) 中の静電場

$$\int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho(\mathbf{r}) dV$$

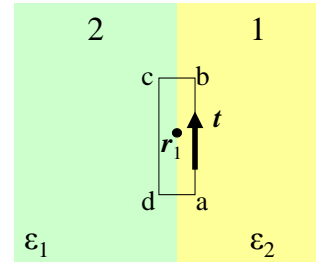
$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

静電場の境界条件

$\rho=0$ のとき

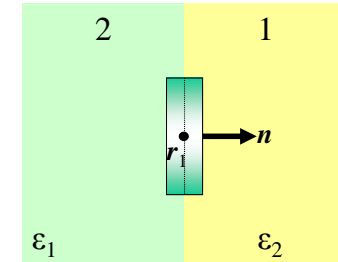


$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t} = \mathbf{E}_2(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t}$$

境界面の両側で、電場の接線成分が等しい。

\mathbf{D} では成り立たない。



$$\int_S \mathbf{D}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} = 0$$

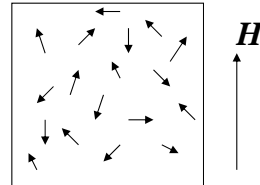
$$\mathbf{D}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{D}_2(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}$$

境界面の両側で、電束密度の垂直成分が等しい。

\mathbf{E} では成り立たない。

磁化と磁場の強さ

磁性体中



外部磁場Hにより、内部に磁化Mが生じる。

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \mu_0 \mathbf{M}(\mathbf{r})$$

磁化ベクトル

$$\mathbf{M}(\mathbf{r}) = \chi_m \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

磁化率

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}) + \mu_0 \mathbf{M}(\mathbf{r}) = \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{r})$$

透磁率

物質 (磁性体) 中の静磁場

$$\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} = 0$$

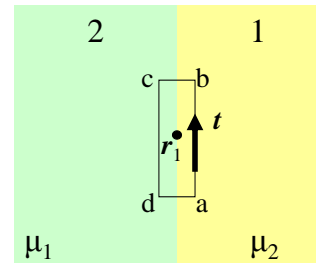
$$\oint_C \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{i}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{i}(\mathbf{r})$$

静磁場の境界条件

$i=0$ のとき

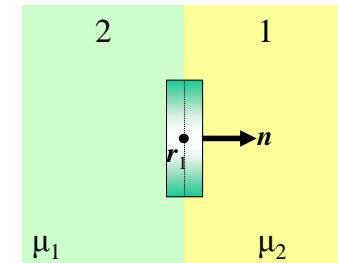


$$\oint_C \mathbf{H}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\mathbf{H}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t} = \mathbf{H}_2(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{t}$$

境界面の両側で、磁場の接線成分が等しい。

\mathbf{B} では成り立たない。



$$\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S} = 0$$

$$\mathbf{B}_1(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{B}_2(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{n}$$

境界面の両側で、磁束密度の垂直成分が等しい。

\mathbf{H} では成り立たない。

物質 (誘電体: $i=0$) 中のマクスウェルの方程式

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \rho(\mathbf{r}, t) \\ \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= 0 \\ \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) - \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} &= 0 \end{aligned}$$

ただし

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) &= \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \\ &= \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ &= \epsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \mu_0 \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) + \mu_0 \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \\ &= \mu_0 (1 + \chi_m) \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \\ &= \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \end{aligned}$$

$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$: 電場, $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$: 電束密度
 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$: 磁場, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$: 磁束密度
 $\mathbf{P}(\mathbf{r}, t)$: 分極密度, $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$: 磁化
 ϵ : 誘電率, μ : 透磁率, χ_e : 電気感受率

真空中では
 $\epsilon = \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
 $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$

物質中の電磁波

波動方程式: $\epsilon_0, \mu_0 \longrightarrow \epsilon, \mu$

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{物質中の光速: } v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}}$$

$$\text{物質の絶対屈折率: } n = \frac{c}{v} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{1} \approx \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} > 1$$

屈折率 n の物質中では光の波長は真空中の $1/n$ 倍、波数は n 倍

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E}_0 = \omega \mathbf{B}_0, \quad \mathbf{k} \times \mathbf{B}_0 = -\omega \mu \epsilon \mathbf{E}_0$$

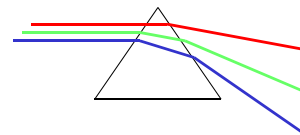
$$\longrightarrow Z = \frac{|\mathbf{E}_0|}{|\mathbf{H}_0|} = \frac{|\mathbf{E}_0|}{|\mathbf{B}_0 / \mu|} = \frac{\omega \mu}{k} = \frac{\omega \mu}{\omega \sqrt{\epsilon \mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad \text{固有インピーダンス}$$

位相速度と群速度

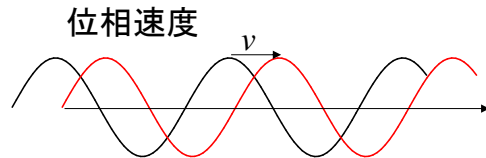
一般に誘電率 ϵ 、屈折率 n は光の周波数(波長)に依存する。

$\longrightarrow \epsilon(\omega), n(\omega)$ 分散

$$n(\omega) = \frac{c}{v(\omega)} = c \sqrt{\epsilon(\omega) \mu}$$

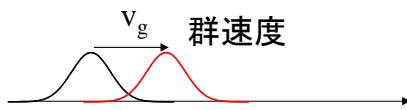


$$v_g = \frac{d\omega}{dk} : \text{群速度}$$



真空中の光の場合

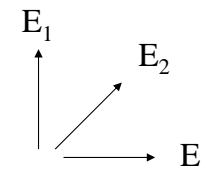
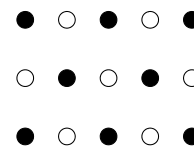
$$\omega = ck \longrightarrow v_g = c = v$$



一般には v_g (群速度) と v (位相速度) は異なる。

異方性媒質中での光

○ 複屈折



$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \epsilon_0 \chi \mathbf{E} \\ \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

座標変換

誘電率テンソル

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

$$n_x = \sqrt{\frac{\epsilon_x}{\epsilon_0}}, \quad n_y = \sqrt{\frac{\epsilon_y}{\epsilon_0}}, \quad n_z = \sqrt{\frac{\epsilon_z}{\epsilon_0}}$$

電場(偏光)の向きで屈折率が異なる。

一軸性結晶

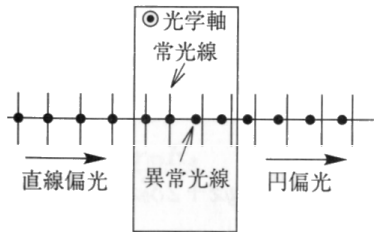
$$n_x = n_y = n_o, \quad n_z = n_e$$

分極(電場)の方向によって、屈折率が異なる。
 → 電場の方向によって位相速度が異なる。

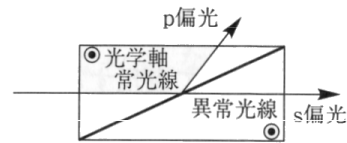
波長板

1/2波長板: 直線偏光の向きを変える。

1/4波長板: 直線偏光から円偏光をつくる。



(a) 1/4波長板

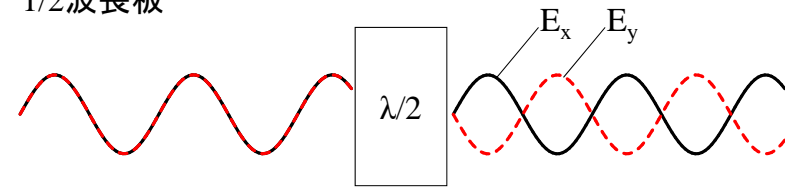


(b) グラン・トムソンプリズム

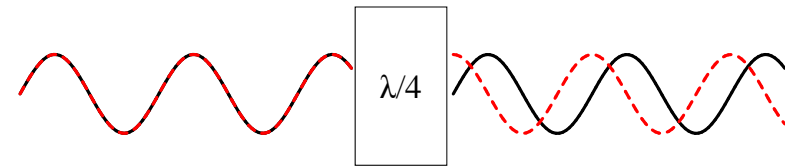
グラン・トムソンプリズム

ランダムな偏光から、縦、横の偏光を取り出す。

1/2波長板



1/4波長板



偏光

○旋光性

直線偏光の振動面が回転すること。

← 右回りと左回りの円偏光で位相速度が異なる。

電気光学効果

屈折率が電場によって変化

○ポッケルス効果 $\Delta n \propto E$

○カー効果 $\Delta n \propto E^2 \propto I$

磁気光学効果

○ファラデー効果

磁場Hがかかっている物質中を距離だけ直線偏光の光が進むと、振動面がθ回転。

$$\theta = \underline{V}IH$$

ベルデ定数

課題

1. 誘電率 ϵ_1, ϵ_2 の物質の境界面での電場の向きはどうなるか?

2. 1/2波長板、1/4波長板を使うと、直線偏光がどう変化するかを数式を使って考えよ。
 入射光 $E_x = \sin(\omega t), E_y = \sin(\omega t)$
 出射光?

