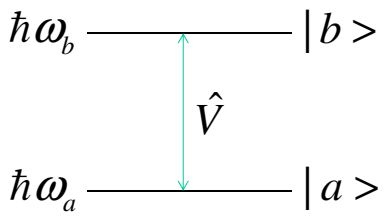
光量子エレクトロニクス特論

1. 電磁気学の復習
2. 量子力学の復習
3. 状態ベクトルとシュレディンガー方程式
4. 時間依存のシュレディンガー方程式
5. 密度行列法
6. 電子と光の相互作用-古典振動子モデル
7. 電子2準位系とブロッホ方程式
8. 電子2準位系におけるコヒーレント光非線形効果
9. 2原子分子のエネルギー準位
10. 固体のエネルギー準位
11. 光学遷移と次元性
12. 光学遷移におけるクーロン相互作用の効果
13. フラーレンの電子状態と光学遷移
14. ナノチューブの電子状態と光学遷移
15.まとめ

2準位系のブロッホ方程式

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \rho]$$

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V} + \hat{H}_{\text{relax}}$$



$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \hbar\omega_a & 0 \\ 0 & \hbar\omega_b \end{pmatrix} \qquad \hat{V} = -\mu E = E\begin{pmatrix} 0 & -\mu^* \\ -\mu & 0 \end{pmatrix}$$

$\hat{H}_{\text{relax}}$ ： 緩和を引き起こす相互作用

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \rho] = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_0, \rho] - \frac{i}{\hbar}[\hat{V}, \rho] - \frac{i}{\hbar}[\hat{H}_{\text{relax}}, \rho]$$

$$\dot{\rho}_{ba} = -\frac{i}{\hbar} < b|[\hat{H}, \rho]|a >$$

$$= -\frac{i}{\hbar} < b|[\hat{H}_0, \rho]|a > -\frac{i}{\hbar} < b|[\hat{V}, \rho]|a > -\frac{i}{\hbar} < b|[\hat{H}_{\text{relax}}, \rho]|a >$$

$$-\frac{i}{\hbar} < b|[\hat{H}_0, \rho]|a >= -i(\omega_b - \omega_a)\rho_{ba} = -i\omega_0\rho_{ba}$$

$$-\frac{i}{\hbar} < b|[\hat{V}, \rho]|a >= -\frac{i}{\hbar}V_{ba}(\rho_{aa} - \rho_{bb}) = \frac{i}{\hbar}\mu E(\rho_{aa} - \rho_{bb})$$

$$-\frac{i}{\hbar} < b|[\hat{H}_{\text{relax}}, \rho]|a >= -\frac{1}{T_2}\rho_{ba}$$

$$\longrightarrow \dot{\rho}_{ba} = -i\omega_0\rho_{ba} + \frac{i}{\hbar}\mu E(\rho_{aa} - \rho_{bb}) - \frac{1}{T_2}\rho_{ba}$$

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}, \rho] = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_0, \rho] - \frac{i}{\hbar}[\hat{V}, \rho] - \frac{i}{\hbar}[\hat{H}_{\text{relax}}, \rho]$$

$$\dot{\rho}_{aa} = -\frac{i}{\hbar} < a|[\hat{H}, \rho]|a >$$

$$= -\frac{i}{\hbar} < a|[\hat{H}_0, \rho]|a > -\frac{i}{\hbar} < a|[\hat{V}, \rho]|a > -\frac{i}{\hbar} < a|[\hat{H}_{\text{relax}}, \rho]|a >$$

$$-\frac{i}{\hbar} < a|[\hat{H}_0, \rho]|a >= -i(\omega_a - \omega_a)\rho_{aa} = 0$$

$$-\frac{i}{\hbar} < a|[\hat{V}, \rho]|a >= -\frac{i}{\hbar}(V_{ab}\rho_{ba} - \rho_{ab}V_{ba}) = \frac{i}{\hbar}(\mu^*\rho_{ba} - \mu\rho_{ba}{}^*)E(t)$$

$$-\frac{i}{\hbar} < a|[\hat{H}_{\text{relax}}, \rho]|a >= -\frac{1}{T_1}(\rho_{aa} - \rho_{aa}{}^{(0)})$$

$$\longrightarrow \dot{\rho}_{aa} = i\frac{E(t)}{\hbar}(\mu^*\rho_{ba} - \mu\rho_{ba}{}^*) - \frac{1}{T_1}(\rho_{aa} - \rho_{aa}{}^{(0)})$$

$$\dot{\rho}_{aa} = i\frac{E(t)}{\hbar}(\mu^*\rho_{ba} - \mu\rho_{ba}^*) - \frac{1}{T_1}(\rho_{aa} - \rho_{aa}^{(0)})$$

$$\dot{\rho}_{bb} = -i\frac{E(t)}{\hbar}(\mu^*\rho_{ba} - \mu\rho_{ba}^*) - \frac{1}{T_1}(\rho_{bb} - \rho_{bb}^{(0)})$$

$$\rho_D = \rho_{aa} - \rho_{bb}$$

$$\dot{\rho}_D = 2i\frac{E(t)}{\hbar}(\mu^*\rho_{ba} - \mu\rho_{ba}^*) - \frac{1}{T_1}(\rho_D - \rho_D^{(0)}) \cdots B1$$

$$\dot{\rho}_{ba} = -i\omega_0\rho_{ba} + i\frac{E(t)}{\hbar}\mu\rho_D - \frac{1}{T_2}\rho_{ba} \cdots B2$$

ブロッホ(Bloch)方程式

T_1：縦(分布)緩和時間　　T_2: 横(位相)緩和時間

外部電場:

$E(t) = E_0\cos(\omega t) = \frac{E_0}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ 、 $\rho_{ba}(t) = \sigma_{ba}(t)e^{-i\omega t}$ とおく

$$\dot{\rho}_{ba} = \dot{\sigma}_{ba}e^{-i\omega t} - i\omega\sigma_{ba}e^{-i\omega t}$$

B2に代入

$$\dot{\sigma}_{ba}e^{-i\omega t} - i\omega\sigma_{ba}e^{-i\omega t}$$

$$= -i\omega_0\sigma_{ba}e^{-i\omega t} + i\frac{E_0}{2\hbar}(e^{-i\omega t} + e^{i\omega t})\mu\rho_D - \frac{1}{T_2}\sigma_{ba}e^{-i\omega t}$$

$$\dot{\sigma}_{ba} = -i(\omega_0 - \omega)\sigma_{ba} + i\frac{E_0}{2\hbar}(1 + e^{2i\omega t})\mu\rho_D - \frac{1}{T_2}\sigma_{ba}$$

2ωの項を落とす(回転波近似)

$$\dot{\sigma}_{ba} = -i\left\{(\omega_0 - \omega) - i\frac{1}{T_2}\right\}\sigma_{ba} + i\frac{\mu E_0}{2\hbar}\rho_D \cdots B2'$$

外部電場:

$E(t) = E_0\cos(\omega t) = \frac{E_0}{2}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})$ 、 $\rho_{ba}(t) = \sigma_{ba}(t)e^{-i\omega t}$ とおく

B1に代入

$$\dot{\rho}_D = 2i\frac{E_0}{2\hbar}(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t})(\mu^*\sigma_{ba}e^{-i\omega t} - \mu\sigma_{ba}^*e^{i\omega t}) - \frac{1}{T_1}(\rho_D - \rho_D^{(0)})$$

2ωの項を落とす(回転波近似)

$$\dot{\rho}_D = i\frac{E_0}{\hbar}(\mu^*\sigma_{ba} - \mu\sigma_{ba}^*) - \frac{1}{T_1}(\rho_D - \rho_D^{(0)}) \cdots B1'$$

$$\dot{\sigma}_{ba} = -i\left\{(\omega_0 - \omega) - i\frac{1}{T_2}\right\}\sigma_{ba} + i\frac{\mu E_0}{2\hbar}\rho_D \cdots B2'$$

定常解 $\frac{d}{dt} = 0$

$$\dot{\sigma}_{ba} = -i\left\{(\omega_0 - \omega) - i\frac{1}{T_2}\right\}\sigma_{ba} + i\frac{\mu E_0}{2\hbar}\rho_D = 0$$

$$\rightarrow \sigma_{ba} = \frac{\mu E_0}{2\hbar}\frac{1}{(\omega_0 - \omega) - i\frac{1}{T_2}}\rho_D$$

$$\dot{\rho}_D = i\frac{E_0}{\hbar}(\mu^*\sigma_{ba} - \mu\sigma_{ba}^*) - \frac{1}{T_1}(\rho_D - \rho_D^{(0)}) = 0$$

$$\rightarrow \rho_D = \frac{T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + 1}{\frac{\mu^2 E_0^2}{\hbar^2}T_1T_2 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + 1}\rho_D^{(0)}$$

$$\sigma_{ba} = \frac{\mu E_0}{2\hbar}\frac{T_2\{T_2(\omega_0 - \omega) + i\}}{\frac{\mu^2 E_0^2}{\hbar^2}T_1T_2 + T_2^2(\omega_0 - \omega)^2 + 1}\rho_D^{(0)}$$

$$P = N\mathrm{Tr}(\rho\mu) = N(\rho_{ab}\mu_{ba} + \rho_{ba}\mu_{ab}) = N(\rho_{ba}{}^{*}\mu + \rho_{ba}\mu^{*})$$
$$= N(\mu\sigma_{ba}{}^{*}e^{i\omega t} + \mu^{*}\sigma_{ba}e^{-i\omega t})$$

$$\longrightarrow\quad P = N\frac{\mu^2 E_0 T_2}{\hbar}\frac{T_2(\omega_0-\omega)\cos\omega t + \sin\omega t}{\frac{\mu_0{}^2 E_0{}^2}{\hbar^2}T_1T_2 + T_2{}^2(\omega_0-\omega)^2 + 1}\rho_D{}^{(0)}$$

一方、電磁気学より

$$P = \mathrm{Re}[\varepsilon_0\chi E] = \mathrm{Re}[\varepsilon_0(\chi' - i\chi'')E_0e^{i\omega t}]$$
$$= \varepsilon_0\chi' E_0\cos\omega t + \varepsilon_0\chi'' E_0\sin\omega t$$

$\cos\omega t,\ \sin\omega t$ の係数を比較して

$$\chi' = \frac{N\mu^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\rho_D{}^{(0)}(\omega_0-\omega)}{\frac{\mu_0{}^2E_0{}^2}{\hbar^2}T_1\gamma + (\omega_0-\omega)^2+\gamma^2}$$
$$\chi'' = \frac{N\mu^2\gamma}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\rho_D{}^{(0)}}{\frac{\mu_0{}^2E_0{}^2}{\hbar^2}T_1\gamma + (\omega_0-\omega)^2+\gamma^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{T_2}$$

弱励起の極限で $E_0 \approx 0$

$$\chi' = \frac{N\mu^2}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\rho_D{}^{(0)}(\omega_0-\omega)}{(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2}$$

$$\chi'' = \frac{N\mu^2\gamma}{\varepsilon_0\hbar}\frac{\rho_D{}^{(0)}}{(\omega_0-\omega)^2+\gamma^2}$$

$\frac{e^2}{2m_e\omega_0} \to \frac{\mu^2}{\hbar}$ で古典論と一致