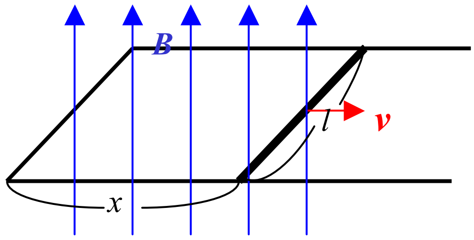
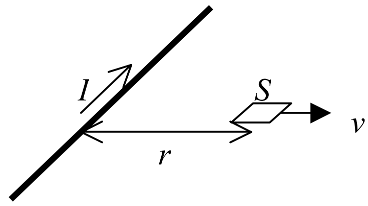
電磁気学 III 2009 問題集



[1] 一様な磁束密度 B の中にコの字型の電線（縦の長さ l）が磁場に対して垂直にある。この電線の上を直線状の電線が速さ v で、右向きに動いている。電線は t=0 で左端（x=0）にあったとするとき、以下の問に答えよ。ただし、回路は常に長方形であるとする。

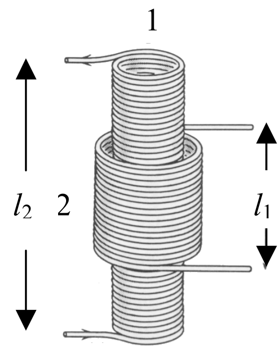
1) 時刻 t における回路を貫く磁束 $\Phi(t)$を書け。
2) 誘導起電力を V_e として、ファラデーの電磁誘導の法則を書け。
3) V_e を求めよ。

[2]導線に電流 I を流して、そこから面積 S の一巻コイルを一定の速さ v で遠ざける。この時、コイルに生じる起電力を求める。



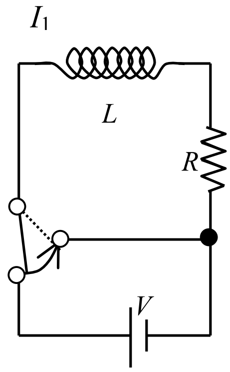
1) アンペールの法則を書け。
2) 導線から距離 r における磁束密度の大きさを求めよ。
3) 距離 r でのコイルの磁束を求めよ。ただし、コイルの大きさは r にくらべて十分に小さいとし、コイル面上で磁束密度は一定とする。
4) コイルに発生する誘導起電力を求めよ。

[3]それぞれ単位長さあたりの巻き数 n_1, n_2、長さ l_1, l_2、(l_1>l_2)、断面積 S_1, S_2 (S_1<S_2) の 2 つのコイル 1, 2 が重ねてある。これらの自己インダクタンスと相互インダクタンスを求める。

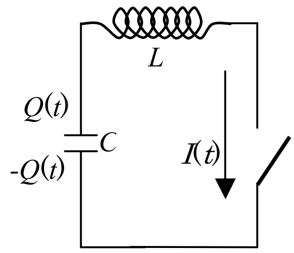


1) コイル 1 に電流 I_1 を流した時に発生するコイル 1 内の磁束密度 B_1 を求めよ。
2) この磁場でコイル 1 自身を貫く磁束 Φ_1 はいくらか。
3) コイル 1 の自己インダクタンス L を求めよ。
4) コイル 1 内の B_1 がコイル 2 を貫く磁束はいくらか。
5) 相互インダクタンス Mを求めよ。

[4]LR 回路に流れる電流について、次の問に答えよ。



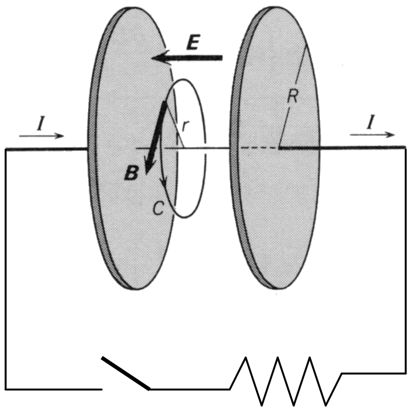
1) 右図の実線のようにスイッチが閉じられて電池がつながっているとき、コイルの抵抗は無いものとして、回路に流れる電流 I_0 を求めよ。
2) このとき、コイルに流れる電流のエネルギーはいくらか、I_0 を用いて答えよ。
3) 時刻 t=0 で点線のようにスイッチを切り替え、電池をはずした後の回路に流れる電流の時間変化を求める。電流 I が時間変化して、$I(t)$ で表されるとき、コイル L にかかる誘導起電力はいくらか？
4) 抵抗 R での電圧降下はいくらか？
5) キルヒホッフの第 2 法則を用いて、電流 $I(t)$ に関する微分方程式を求めよ。
6) 微分方程式を解いて、電流 $I(t)$ を求めよ。
7) 時刻 t～t+Δt の間に抵抗で発生するジュール熱はいくらか。
8) t=0～∞に抵抗でジュール熱として消費されるエネルギーはいくらか。



[5] $\pm Q_0$ に充電したコンデンサーC とコイル L を繋いで、スイッチを入れた。

1) 最初、コンデンサーが持っていたエネルギーはいくらか。
2) コンデンサーの電荷 $Q(t)$と電流 $I(t)$の関係式を書け。
3) キルヒホフの第 2 法則をもちいて、電荷 $Q(t)$に関する微分方程式を求めよ。
4) 微分方程式を解いて、電荷 $Q(t)$ と電流 $I(t)$ を求めよ。
5) 時刻 t における、コンデンサーとコイルのエネルギーをそれぞれ求めよ。またそれらの和を求めよ。

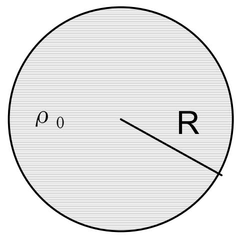
[6] 半径 Rの円形の平面コンデンサーを充電し、極板間を導線でつないで放電させた。



1) コンデンサーの電荷 $Q(t)$と電流 $I(t)$の関係式を書け。
2) コンデンサーの電荷が $Q(t)$のとき、極板間の電場 $E(t)$を求めよ。ただし、図で右向きを正とする。
3) 変位電流を $I(t)$を用いて書け。
4) マクスウェル・アンペールの法則を書け。
5) 極板間に生じる磁束密度の大きさを、極板の中心からの距離 r の関数 $B(r)$ として $r<R$ の場合について求めよ。

[7]積分形および微分形のマクスウェルの方程式を書け。またその意味を書け。

[8] 半径 R の球の内部に電荷が密度 ρ_0 で一様に分布している。球の中心からの距離 r における、静電ポテンシャル $\phi(\mathrm{r})$ を求める。



1) 静電ポテンシャル $\phi(r)$に対するポアソン方程式を書け。
2) $r > R$ における $\phi(r)$を求めよ。ただし、$\nabla^2\phi(r) = \dfrac{1}{r}\dfrac{d^2}{dr^2}[r\phi(r)]$
3) $r < R$ における $\phi(r)$を求めよ。
4) 境界条件($r\to\infty$ で $\phi(r)\to 0$, $r=0$ で有限, $r=R$ で連続)から、$\phi(r)$を求めよ。
5) 位置 $\boldsymbol{r}=(x,y,z)$における電場ベクトル $\boldsymbol{E}$ を求めよ。

[9] 真空中($\rho=0$、$\boldsymbol{i}=0$)のマクスウェルの方程式より、電場 $\boldsymbol{E}$、磁場 $\boldsymbol{B}$ が z と t にのみ依存するとして波動方程式を作れ。また、$E_y=B_x=0$ として、解が $E_x(z,t)=E_0\cos(kz\pm\omega t)$であることを示せ。$k$ と ω の関係式を導け。