

## 電磁場の基本法則：微分形のマクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \quad \text{ガウスの法則}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{磁荷無しの方則}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{電磁誘導の方則}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{i} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad \text{アンペールの法則}$$

マクスウェルの方程式

## 静電磁場(時間変化しない場合)のマクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\mathbf{r}) \quad \text{ガウスの法則}$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{渦無しの方則}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \quad \text{磁荷無しの方則}$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r}) \quad \text{アンペールの法則}$$

静電場は渦なし

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi$$



$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

$\phi$  : 静電ポテンシャル  
(スカラーポテンシャル)

静電場

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla \phi(\mathbf{r})$$



$$-\nabla \cdot (\nabla \phi) = \frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0}$$

## ポアソンの方程式

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\epsilon_0}$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi &= \nabla \cdot (\nabla \phi) = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left( \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \end{aligned}$$

$\phi$  が  $r$  にのみ依存する場合:

$$\nabla^2 \phi(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} [r\phi(r)]$$

電荷が無い場合:  $\rho(\mathbf{r}) = 0$

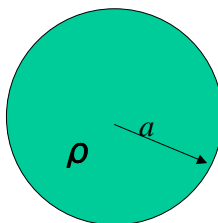
## ラプラスの方程式

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = 0$$

真空中での静電場

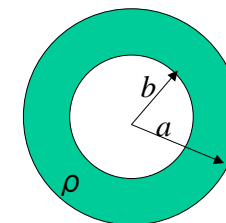
## 例題

半径  $r$  の球の内部に一様に電荷密度  $\rho$  があるとき、中心から距離  $r$  の位置での静電ポテンシャルと電場を求めよ。



2002年度 甲南大学大学院入試問題

外径  $a$  内径  $b$  の球殻があり、球殻の内面と外面に挟まれた部分には正の電荷が密度  $\rho$  で一様に分布している。



- 1) ポアソンの方程式を書け。
- 2) 球殻内外の電位を求めよ。
- 3) 電位から電場を求めるための関係式を書け。
- 4) 球殻内外の電場を求めよ。
- 5) 球の中心からの距離  $r$  と電位との関係、および距離との関係をグラフに表せ。

磁場は磁荷なし

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0$$



$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$\mathbf{A}$  : ベクトルポテンシャル

静磁場

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r})$$



$$\nabla \times \{\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})\} = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r})$$



$$-\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) + \nabla \{\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})\} = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r})$$

$$-\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) + \nabla \{\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r})\} = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r})$$

$\nabla \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0$  の場合(クーロンゲージ)

$$\nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r})$$

ポアソン方程式と同形