



## 今日の重要事項

### 静電磁場(時間依存しない場合)のマクスウェルの方程式

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\mathbf{r}, t)$$

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r}, t)$$

### 静電ポテンシャル

$$\phi = -\int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \Leftrightarrow \mathbf{E} = -\text{grad}\phi = -\nabla\phi$$

### ポアソン方程式

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \phi \text{ が } r \text{ にのみ依存する場合、} \nabla^2 \phi(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} [r\phi(r)]$$

### ベクトルポテンシャル

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} = \nabla \times \mathbf{A}$$



## 小テストと解答例

- 1) 電場に関する積分形のガウスの法則を書け。

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

- 2) 積分形のマクスウェル・アンペールの法則を書け。

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \left[ \mathbf{i} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right] \cdot d\mathbf{S}$$

- 3) ガウスの定理とストークスの定理を書け。

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_V (\nabla \cdot \mathbf{E}) dV$$

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{S}$$

- 4) ガウスの定理を用いて電場に関するガウスの法則の微分形を求めよ。

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_C (\nabla \cdot \mathbf{E}) dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \text{ より}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

- 5) ストークスの定理を用いてマクスウェル・アンペールの法則の微分形を求めよ。

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \int_S (\nabla \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{S} = \mu_0 \int_S \left[ \mathbf{i} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right] \cdot d\mathbf{S} \text{ より}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{i} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$



## 演習問題

半径  $R$  の球の内部に電荷が密度  $\rho$  で一様に分布しているとき、球の中心からの距離  $r$  における、静電ポテンシャル  $\phi(r)$  および電場  $E(r)$  をポアソンの方程式より求めよ。境界条件は、 $r \rightarrow \infty$  で  $\phi(r) \rightarrow 0$  である。

$$\nabla^2 \phi(r) = \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} [r\phi(r)] \text{ を用いよ。}$$