電磁場の基本法則： 積分形のマクスウェルの方程式

$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{r},t)dV = \frac{1}{\varepsilon_0}Q$$

$$\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{S} = 0$$

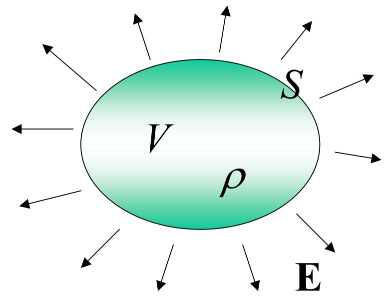
$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t}$$

$$\oint_C \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = \mu_0\int_S\left[\mathbf{i}(\mathbf{r},t)+\varepsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t}\right]\cdot d\mathbf{S}$$

マクスウェルの方程式(積分形)

ガウスの法則

$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{r},t)dV = \frac{1}{\varepsilon_0}Q$$



S ：閉曲面

$\rho(\mathbf{r})$：電荷密度

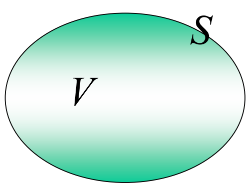
$\mathbf{E}(\mathbf{r})$：電場

ε_0：真空の誘電率

電場のもとになっているのは電荷である。
→電荷から電場が湧き出すように発生する。

磁場のガウスの法則　　磁荷なし

$$\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{S} = 0$$

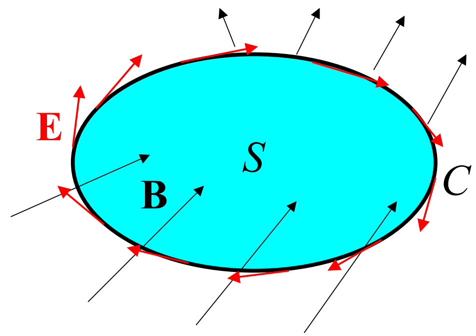


$\mathbf{B}(\mathbf{r})$ ：磁束密度

磁場のもとになる「単極磁荷」は無い。

ファラデーの電磁誘導の法則

$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{S} = -\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t}$$



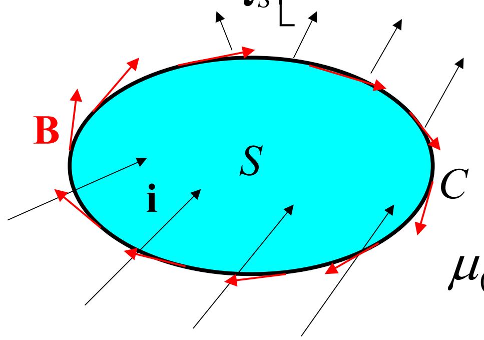
C ：閉曲線

$\Phi = \int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}$ ：磁束

磁束が時間変化すると回路に誘導起電力が発生
→ 時間変動する磁場が渦巻く電場を作る

マクスウェル-アンペールの法則

$$\oint_C \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \left[\mathbf{i}(\mathbf{r},t) + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t} \right] \cdot d\mathbf{S}$$



μ_0：真空の透磁率

電流や時間変動する電場が渦巻く磁場を作る

電場Eと電束密度D

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} \qquad \text{(真空中)}$$

$$\longrightarrow \int_S \mathbf{D}\cdot d\mathbf{S} = \int_V \rho dV = Q$$

磁場Hと電束密度B

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \qquad \text{(真空中)}$$

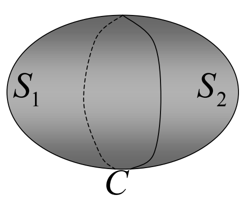
$$\longrightarrow \oint_C \mathbf{H}\cdot d\mathbf{s} = \int_S \left(\mathbf{i} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s}$$

ローレンツ力

$$\mathbf{F}_L = q\mathbf{E} + q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

電荷保存則

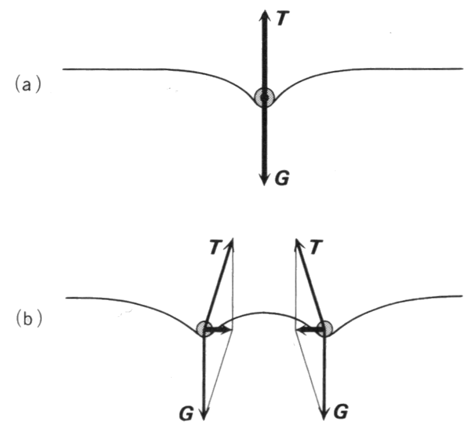
$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\int_V \rho dV = -\int_S \mathbf{i}\cdot d\mathbf{S}$$



$S = S_1 - S_2$

ガウスの法則と
マクスウェル・アンペールの法則を適用

電磁場の法則の微分形式

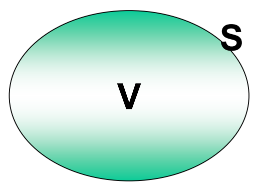


おもり(電荷)が引き合うのではなく、おもりで引き起こされた膜の歪み(静電場)から力を受ける。

$\longrightarrow$ 微小領域でのつり合い → 微分形式

微分形式　ーガウスの法則ー

$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{r})dV$$



$\rho(\mathbf{r})$: 電荷密度

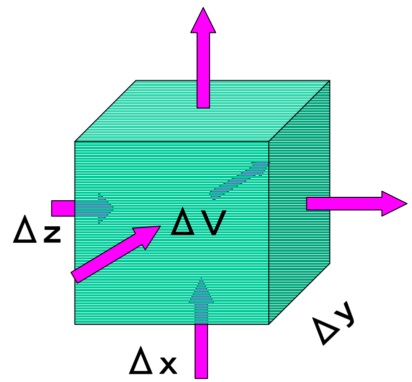
$\mathbf{E}(\mathbf{r})$: 電場

ε_0 : 真空の誘電率

ガウスの定理

$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r})dV$$

$$\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$



$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r})dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{r})dV$$

ガウスの定理　　ガウスの法則

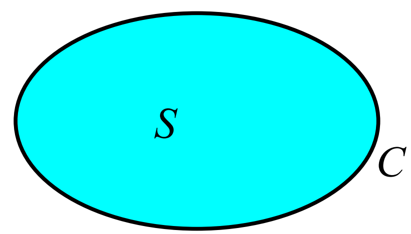
微分形式　ーガウスの法則ー

$$\boxed{\nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\nabla\cdot\mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0}$$

ファラデーの電磁誘導の法則

$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{S}$$



ストークスの定理

$$\int_S \{\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r})\}\cdot d\mathbf{S} = \oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s}$$

rot の意味

$$\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r})=\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)\times\left(E_x,E_y,E_z\right)$$

$$=\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z},\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x},\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

$\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r})$ のベクトルの方向は渦巻きに垂直！

$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot dS = \int_S \{\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\}\cdot d\mathbf{S}$$

ファラデーの電磁誘導の法則　　ストークスの定理

$$\boxed{\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=-\frac{\partial\mathbf{B}(\mathbf{r},t)}{\partial t}}$$

マクスウェル・アンペールの法則

$$\oint_C \mathbf{B}(\mathbf{r},t)\cdot d\mathbf{s}=\mu_0\int_S\left[\mathbf{i}(\mathbf{r},t)+\varepsilon_0\frac{\partial\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t}\right]\cdot d\mathbf{S}$$

$$\boxed{\nabla\times\mathbf{B}(\mathbf{r},t)=\mu_0\mathbf{i}(\mathbf{r},t)+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t}}$$

電磁場の基本法則：　微分形のマクスウェルの方程式

$$\nabla\cdot\mathbf{E}=\frac{1}{\varepsilon_0}\rho$$ ガウスの法則

$$\nabla\cdot\mathbf{B}=0$$ 磁荷無しの法則

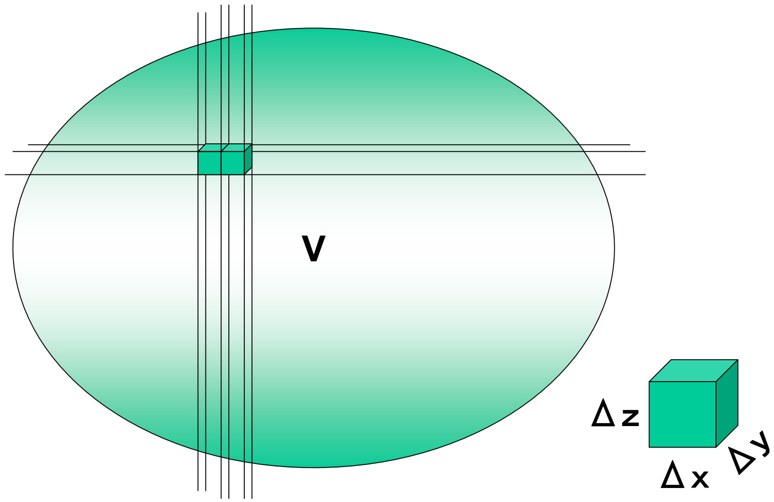
$$\nabla\times\mathbf{E}=-\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$ 電磁誘導の法則

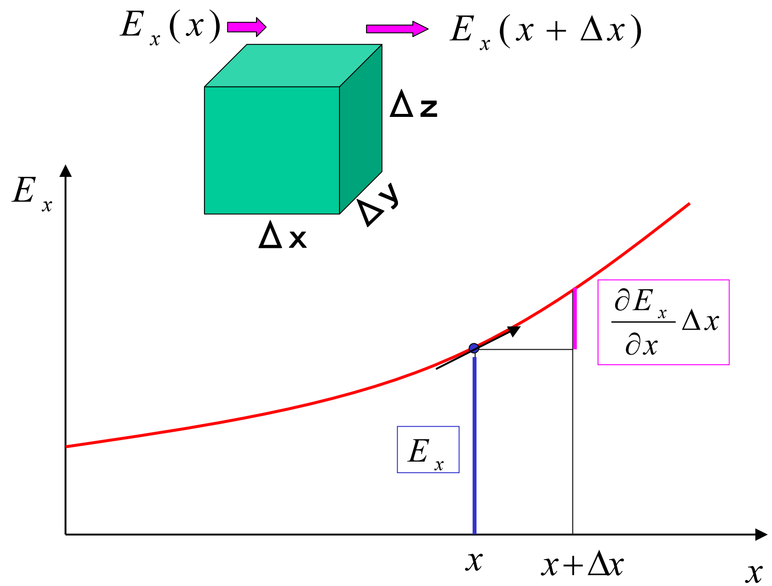
$$\nabla\times\mathbf{B}=\mu_0\mathbf{i}+\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$ アンペールの法則

マクスウェルの方程式

ガウスの定理の証明

体積Vを微小領域に切り刻む

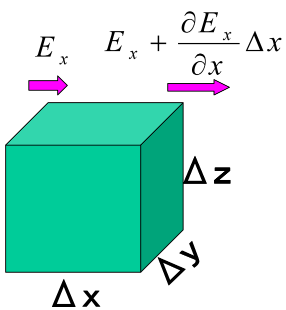




$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S} = \sum_i \{\mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot\Delta\mathbf{S}\}$$

$$= \sum_i \Big[\{E_x(x+\Delta x)-E_x(x)\}\Delta y\Delta z + \{E_y(y+\Delta y)-E_y(y)\}\Delta z\Delta x + \{E_z(z+\Delta z)-E_z(z)\}\Delta x\Delta y\Big]$$

$$\Big\{\underbrace{E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x}\Delta x}_{\text{出る電場}} - \underbrace{E_x}_{\text{入る電場}}\Big\}\Delta y\Delta z$$



$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S}$$

$$= \sum_i \left[\left\{E_x + \frac{\partial E_x}{\partial x}\Delta x - E_x\right\}\Delta y\Delta z + \left\{E_y + \frac{\partial E_y}{\partial y}\Delta y - E_y\right\}\Delta x\Delta z + \left\{E_z + \frac{\partial E_z}{\partial z}\Delta z - E_z\right\}\Delta x\Delta y\right]$$

$$= \sum_i \left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right)\Delta x\Delta y\Delta z$$

$$= \int_V \nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r})dV$$

$$\downarrow$$

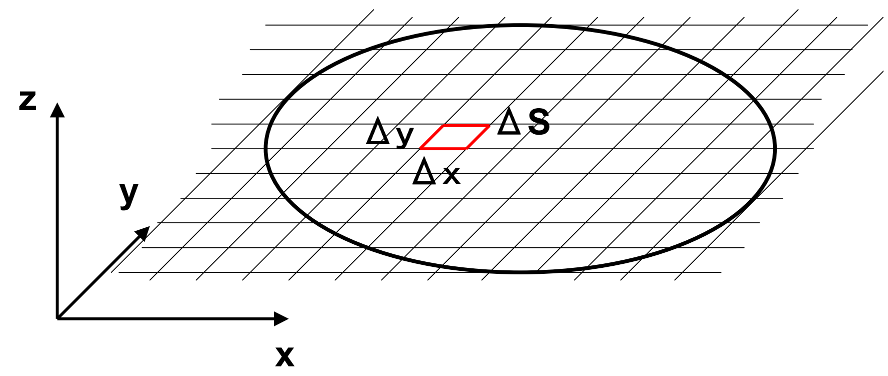
$$\boxed{\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S} = \int_V \nabla\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r})dV}$$

rot の意味

$$\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r})=\left(\frac{\partial}{\partial x},\frac{\partial}{\partial y},\frac{\partial}{\partial z}\right)\times\left(E_x,E_y,E_z\right)$$

$$=\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z},\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x},\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)$$

$\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r})$ のベクトルの方向は渦巻きに垂直！



ストークスの定理

$$\int_S (\nabla\times\mathbf{E}(\mathbf{r}))_z dS=\sum_i\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\Delta x\Delta y$$

$$=\sum_i\left[\left\{E_y+\frac{\partial E_y}{\partial x}\Delta x-E_y\right\}\Delta y+\left\{E_x+\frac{\partial E_x}{\partial y}\Delta y-E_x\right\}\Delta x\right]$$

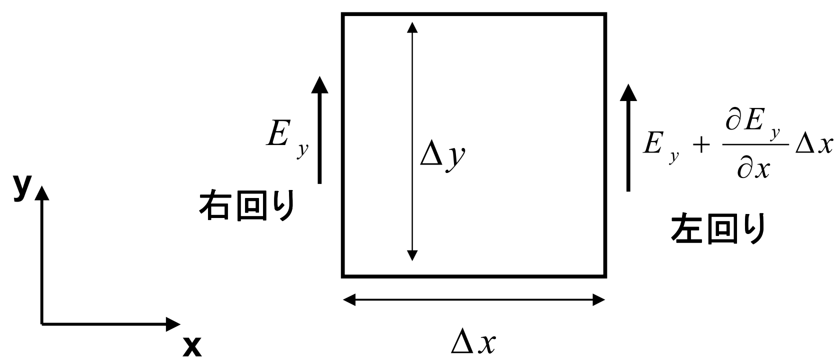
閉曲面Sの周囲の循環（渦巻き）を表す

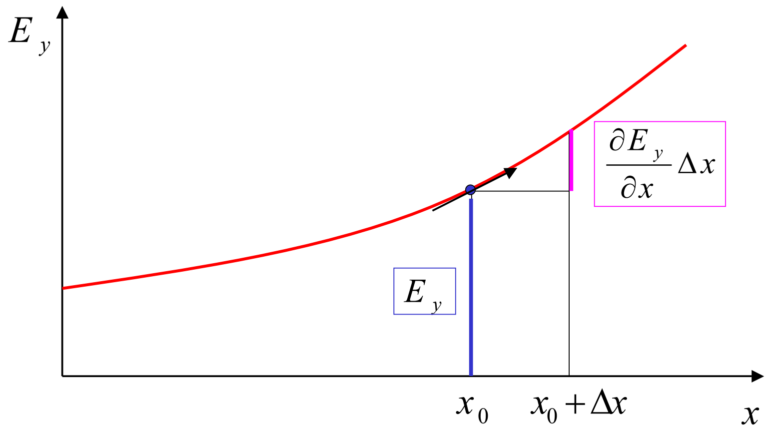
Sはx-y平面上の閉曲面

i は i 番目の微小面積を指す

$\left\{\left(E_y+\frac{\partial E_y}{\partial x}\Delta x\right)-E_y\right\}\Delta y$ の意味

ループの左周りの線積分（循環）





ストークスの定理

$$\int_{\Delta S} \left(\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r})\right)_z dS$$

$$= \oint_{\Delta C} \mathbf{E}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{s}$$

閉曲面ΔSの周囲の循環（渦巻き）を表す