7-1 電束線の運動(変動する電場)と(誘導)磁場

誘導電場の法則(ファラデーの法則)

$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}$$

時間変動する磁場(磁束)が誘導電場を発生させる。

時間変動する電場(電束)は誘導磁場を発生させるか？

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} \propto \frac{d\Psi}{dt} \propto \frac{d}{dt}\int_S \mathbf{E}\cdot d\mathbf{S} \qquad ?$$

アンペールの法則の左辺

磁場の基本法則(アンペールの法則)

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I = \mu_0\int_S \mathbf{i}\cdot d\mathbf{S}$$

この式は、常に正しいか？ ⟶ 電場が時間変動しない時は正しい！

誘導電場の法則(ファラデーの法則)

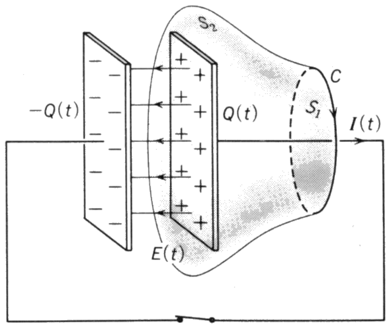
$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S}$$

この法則は、磁場が時間変動しない時は、渦無しの法則

$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = 0$$

時間変動がある場合、アンペールの法則にも変更が必要！！

充電したコンデンサーに導線をつなぎ電流を流したとき、その電流により生じる磁場にアンペールの法則を適用



$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I = \mu_0\int_S \mathbf{i}\cdot d\mathbf{S}$$

C: 導線をひと巻き

S_1: 導線を含む
→(右辺)= $\mu_0 I(t)$

S_2: コンデンサーのすき間を通る
→(右辺)=0 ・・・・・電流はS_2を貫かないので

矛盾

法則に欠陥

変位電流

S_2には、貫く電流はないが、電場が生じている。

スイッチ開 → 電流=0 → B=0 $\quad \dfrac{\partial E}{\partial t} = 0$

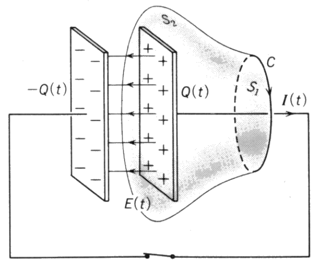
スイッチ閉 → 電流=$I(t)$ → B≠0

→ この電流によりコンデンサーのQが時間変化
→ コンデンサー電極間の電場が時間変化

$$\frac{\partial E}{\partial t} \neq 0$$

コンデンサーの電荷Q, 面積A,
電場E, 電流Iは、

$$E = -\frac{Q}{\varepsilon_0 A}, \qquad I(t) = -\frac{dQ(t)}{dt}$$



$$E = -\frac{Q}{\varepsilon_0 A}, \qquad I(t) = -\frac{dQ(t)}{dt}$$

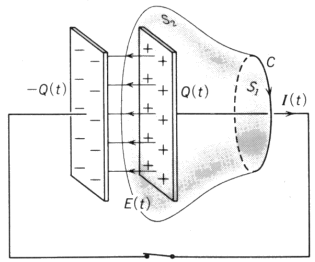
電場の時間変化

$$\frac{dE(t)}{dt} = \frac{d}{dt}\left[-\frac{Q(t)}{\varepsilon_0 A}\right] = -\frac{1}{\varepsilon_0 A}\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{1}{\varepsilon_0 A}I(t)$$

$$\longrightarrow \boxed{\varepsilon_0 \frac{dE(t)}{dt} A = I(t)}$$

電場が存在するのは面積Aの電極間のみ。
電流密度$\boldsymbol{i}$と対応付けると

$$\boxed{\varepsilon_0 \frac{dE(t)}{dt} \leftrightarrow i(t)}$$



アンペールの法則の電流に $\varepsilon_0 \frac{d\mathbf{E}}{dt}$ を加える。

$$\boxed{\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \left[\mathbf{i} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right]\cdot d\mathbf{S} = \mu_0 \int_S \left[i_n + \varepsilon_0 \frac{\partial E_n}{\partial t}\right] dS}$$

マクスウェル・アンペールの法則

付け加えた項

$$\boxed{\mathbf{i}_\mathrm{d} = \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}}$$

変位電流

例題

半径Rの円形の平面コンデンサーを充電し、極板間を導線でつないで放電させたとき、極板間の空間に生じる磁場を求めよ。