



今日の重要事項

- ・ 交流回路

$$L \frac{dI(t)}{dt} + \frac{Q(t)}{C} + RI(t) = V(t)$$

$$I(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

を解く。

$$V(t) = V_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \beta)$$

$$Q(t) = Q_0 \cos(\omega t + \gamma)$$

となる解を求めるために、複素数を使う。

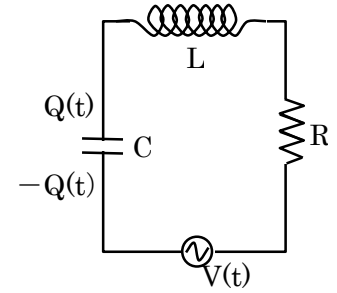
$$\hat{V}(t) = V_0 e^{i(\omega t + \alpha)} = \hat{V} e^{i\omega t}$$

$$\hat{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \beta)} = \hat{I} e^{i\omega t}$$

$$\hat{Q}(t) = Q_0 e^{i(\omega t + \gamma)} = \hat{Q} e^{i\omega t}$$

複素インピーダンス \hat{Z}

$$\hat{I} = \frac{\hat{V}}{\hat{Z}} \quad \hat{Z} = R + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = Z e^{i\phi} \quad \tan \phi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}$$



小テストと解答例

はじめスイッチが実線のようにになっていて電流が I_0 流れていた。 $t=0$ にスイッチを点線のように切り替えたあとの電流の時間変化と、抵抗で発生するジュール熱を求める。

- 1) 始めにコイルが持っていた電流のエネルギーはいくらか。

$$\frac{1}{2} L I_0^2$$

- 2) 初めにコイル内の磁束密度が B_0 であったとすると、コイル内の単位体積あたりの磁場のエネルギーはいくらか。

$$\frac{1}{2\mu_0} B_0^2$$

- 3) $t=0$ 以降の電流の時間変化 $I(t)$ を求めよ。

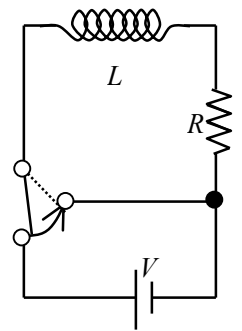
$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

- 4) 時刻 $t \sim t + \Delta t$ の間に抵抗で発生するジュール熱はいくらか。

$$RI(t)^2 \Delta t = R I_0^2 e^{-\frac{2R}{L}t} \Delta t$$

- 5) $t=0 \sim \infty$ に抵抗でジュール熱として消費されるエネルギーはいくらか。

$$\int_0^{\infty} RI(t)^2 dt = \int_0^{\infty} R I_0^2 e^{-\frac{2R}{L}t} dt = R I_0^2 \left[-\frac{L}{2R} e^{-\frac{2R}{L}t} \right]_0^{\infty} = \frac{1}{2} L I_0^2$$



練習問題 (提出の義務なし)

右図の様な、抵抗 R 、コンデンサー C 、コイル L 、交流電源 V の直列回路を考える。この回路の複素インピーダンスを求めよ。また、電源電圧の位相と電流の位相が合うような、電源電圧の角周波数 ω を求めよ。

