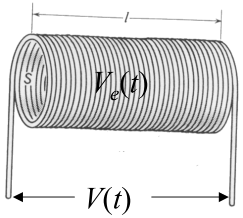
6-6 電流のエネルギー、磁場のエネルギー



コイルに流れる電流$I(t)$を増やしていく。

コイルに流れる電流$I(t)$

$I(0)=0 \rightarrow I(t_1)=I$

電流が時間変化するので、コイルに起電力$V_e(t)$が発生する。

$$V_e(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -L\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$

電流を流すためには、V_eに打ち勝つ電位差$V(t)$を外部からかけなければならない。

$$V(t) = -V_e(t) = L\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$

電位(電圧)Vの位置に電荷qを置いたときの位置エネルギーWは

$$U = qV$$

電流$I(t)$が流れている時、短い時間Δtの間に移動する電荷量Δqは

$$\Delta q = I(t)\Delta t$$

この時に行われる仕事ΔWは

$$\Delta U = VI(t)\Delta t$$

したがって、時刻0からt_1までの間になされる仕事Wは、

$$U = \int_0^{t_1} \mathrm{d}W = \int_0^{t_1} V(t)I(t)\,\mathrm{d}t$$

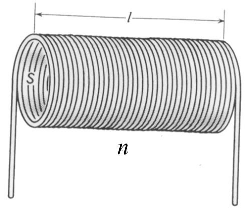
$$\begin{aligned} U &= \int_0^{t_1} V(t)I(t)\,\mathrm{d}t \\ &= L\int_0^{t_1} \frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} I(t)\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{L}{2}\int_0^{t_1} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\{I(t)\}^2\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{L}{2}\left[I(t)^2\right]_0^{t_1} = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (6.29) \end{aligned}$$

これが、コイルに電流Iが流れている時のエネルギー

||

コイル周辺に生じた磁場エネルギー

単位長さあたりの巻き数n, 長さl, 断面積Sのソレノイド



$$L = \mu_0 n^2 lS$$

電流のエネルギーUは

$$U = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 lSI^2$$

$$= \frac{lS}{2\mu_0}B^2$$

$B = \mu_0 nI$

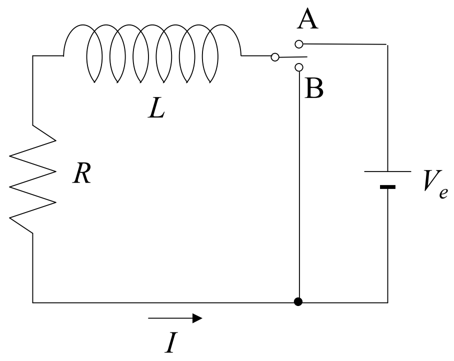
単位体積あたりの磁場のエネルギーu_mは

$B = \mu_0 H$

$$u_m = U/(lS) = \frac{1}{2\mu_0}B^2 = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 \qquad (6.30)$$

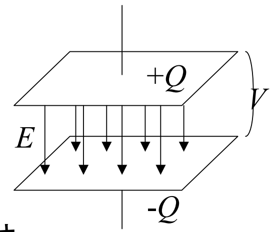
例題

始め、スイッチはAにあって、一定の電流I_0が流れていた。t=0にスイッチをBに切り替えたあと、抵抗で発生するジュール熱はいくらか。



コンデンサーのエネルギー、電場のエネルギー

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2$$



平行電極の場合、電極間の距離dで、
電極間の電圧と電場の関係は

$$V = Ed$$

平行電極の面積をSとすると、電気容量Cは、

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

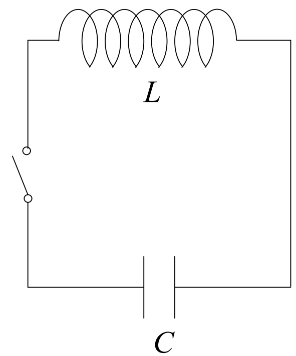
従って、エネルギーは、

$$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{d}(Ed)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 (Sd)E^2$$

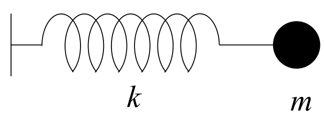
単位体積あたりの電場のエネルギー $u_e = \frac{U}{Sd} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ (2.17)

LC回路

どうなる？
エネルギーは？



単振動



微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -a^2 y$$

↓ 両辺に $\times 2\frac{dy}{dx}$

$$2\frac{dy}{dx}\frac{d^2 y}{dx^2} = -2a^2 y \frac{dy}{dx}$$

↓

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -a^2 \frac{d}{dx}(y^2)$$

↓ 両辺 x で積分

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -a^2 y^2 + C$$

$C = a^2 c^2$ とおいて

↓

$$\frac{dy}{dx} = a\sqrt{c^2 - y^2}$$

↓ 変数分離形

$$\frac{dy}{\sqrt{c^2 - y^2}} = adx$$

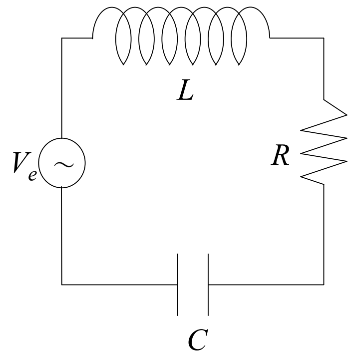
↓

$$\sin^{-1}\frac{y}{c} = ax + b$$

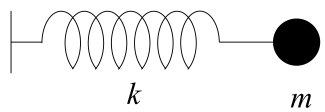
→ $y = c\sin(ax + b)$

振動解

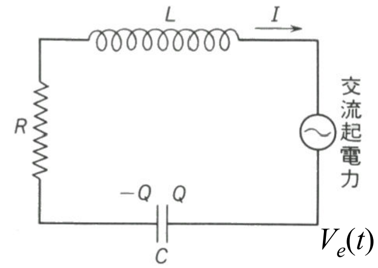
LCR回路



抵抗がある場合の強制振動



6-7 振動電流



•直流回路 $V = RI$

•交流回路 $V_{\mathrm{R}} = RI(t)$ ：電圧降下

$$V_{\mathrm{L}} = -L\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$V_{\mathrm{C}} = -\frac{Q(t)}{C}$$

$$V_e(t) - L\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} - RI(t) - \frac{Q(t)}{C} = 0$$

$$\longrightarrow L\frac{\mathrm{d}I(t)}{\mathrm{d}t} + RI(t) + \frac{Q(t)}{C} = V_e(t)$$

コンデンサーに流れる電流 → $Q(t)$を増加させる。

$$\frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t} = I(t)$$