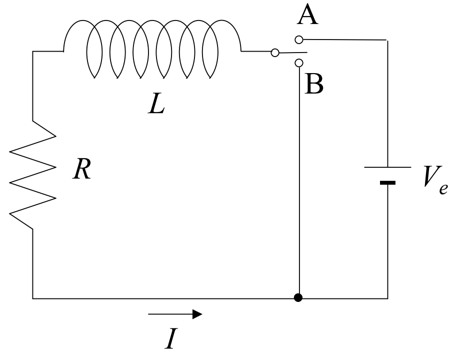
6-5 過渡電流 - LR回路

回路に電流Iが流れている時

コイルの誘導起電力V_L:

$$V_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

t=0でI=0だった時にスイッチを
Aに繋いで電流を流しはじめる



キルヒホッフの法則より

$$V_e + V_L - RI = V_e - L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

↓

$$L\frac{dI}{dt} = V_e - RI$$

$I = \frac{V_e}{R} - I'$ とおいて解く！

$\frac{dI}{dt} = -\frac{dI'}{dt}$ より、

Iについての微分方程式 $L\frac{dI}{dt} = V_e - RI$

↓

I'についての微分方程式 $\frac{dI'}{dt} = -\frac{R}{L}I'$

これを解いて、 $I = \frac{V_e}{R} - I'$ からIを求める。

微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = ay$$

↓ 変数分離型

$$\frac{dy}{y} = adx$$

↓ 両辺不定積分

$$\int \frac{dy}{y} = \int adx$$

↓

$$\log y = ax + C$$

$$e^{\log y} = e^{ax+C} = e^C e^{ax}$$

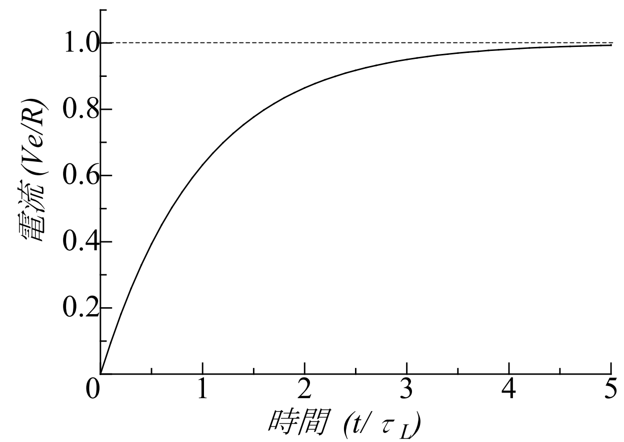
↓

$$y = C' e^{ax}$$

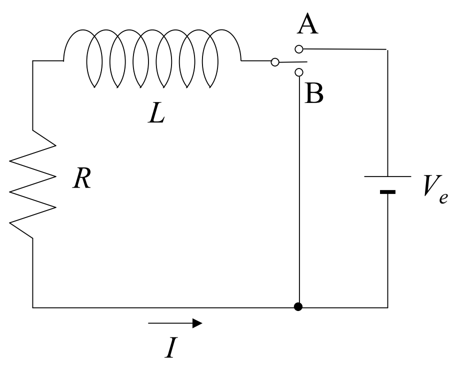
$$\left(\begin{array}{c} e^{\log y} = y \\ C' = e^C \end{array} \right)$$

$L\frac{dI}{dt} = V_e - RI$ の解 ⟶ $I(t) = \frac{V_e}{R}\left(1 - e^{-t/\tau_L}\right)$

$$\tau_L = \frac{L}{R}$$



t=0でI=I_0だった時にスイッチを
AからBに繋ぎ変える



コイルの誘導起電力V_L:

$$V_L = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

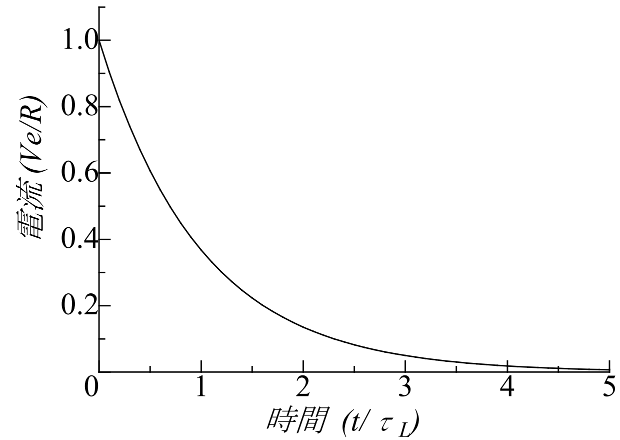
キルヒホッフの法則より

$$V_L - RI = -L\frac{dI}{dt} - RI = 0$$

$$\downarrow$$

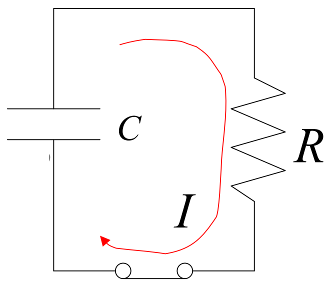
$$L\frac{dI}{dt} = -RI$$

$$I(t) = \frac{V_e}{R}e^{-t/\tau_L}$$



$\tau_L = \frac{R}{L}$:緩和時間→1/eになる時間

RC回路



コンデンサーの両端電圧:

$$V_C = \frac{Q}{C}$$

流れた電流分だけ電荷が減少

Δtの間に減少する電荷:

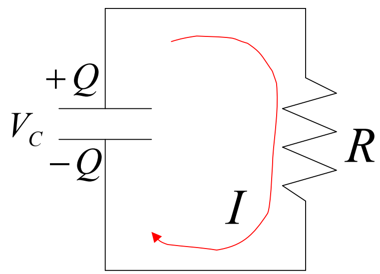
$$\Delta Q = -I\Delta t$$

$$\longrightarrow \frac{dQ}{dt} = -I$$

キルヒホフの第二法則より

$$V_C - RI = \frac{Q}{C} - R\left(-\frac{dQ}{dt}\right) = 0$$

RC回路



微分方程式:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}$$

$$\downarrow$$

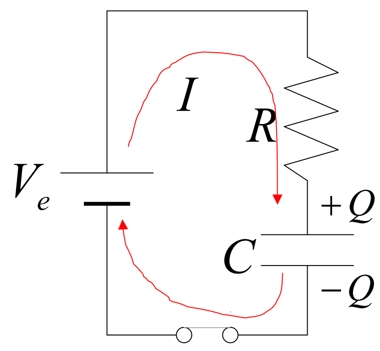
$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\downarrow$$

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I(t) = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC}e^{-\frac{t}{RC}} \qquad V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C}e^{-\frac{t}{RC}}$$

充電



$V_C = \frac{Q}{C}$

$$V_e - RI - V_C = 0$$

$$V_e - RI - \frac{Q}{C} = 0$$

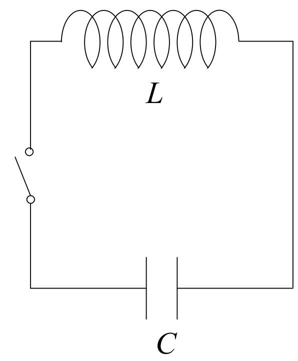
電流Iの分だけ電荷Qが増える

$$\frac{dQ}{dt} = I$$

$$V_e - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

LC回路

どうなる？



微分方程式

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a^2 y$$

$\downarrow$ 両辺に $\times 2\frac{dy}{dx}$

$$2\frac{dy}{dx}\frac{d^2y}{dx^2} = -2a^2 y\frac{dy}{dx}$$

$\downarrow$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -2a^2 y\frac{dy}{dx}$$

$\downarrow$ 両辺 x で積分

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -2a^2\int y dy + C$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -a^2 y^2 + C$$

$\downarrow$ $C = a^2c^2$ とおいて

$$\frac{dy}{dx} = a\sqrt{c^2 - y^2}$$

$\downarrow$ 変数分離形

$$\frac{dy}{\sqrt{c^2 - y^2}} = a dx$$

$\downarrow$

$$\sin^{-1}\frac{y}{c} = ax + b$$

$\rightarrow y = c\sin(ax + b)$

振動解