これまでに学んだ(はずの)こと

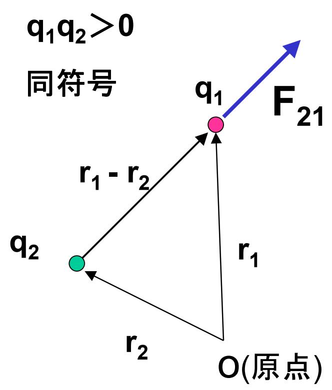
- 電荷
- クーロンの法則
- 電場
- 電気力線
- ガウスの法則
- 電位(静電ポテンシャル)
- 導体
- コンデンサー
- 電場のエネルギー
- 定常電流
- オームの法則
- 磁場(磁束密度)
- ローレンツ力
- ビオ・サバールの法則
- アンペールの法則

- 微分形のガウスの法則
- 微分形のアンペールの法則
- ポアソン方程式
- ベクトルポテンシャル

これから学ぶ(はずの)こと

- 電磁誘導
- 自己・相互誘導
- 交流回路
- マックスウェルの方程式
- 電磁波
- 物質中の電磁場

クーロンの法則



大きさで表すと

$$F_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right|^2}$$

$\mathbf{r}_1$-$\mathbf{r}_2$ 方向の単位ベクトル

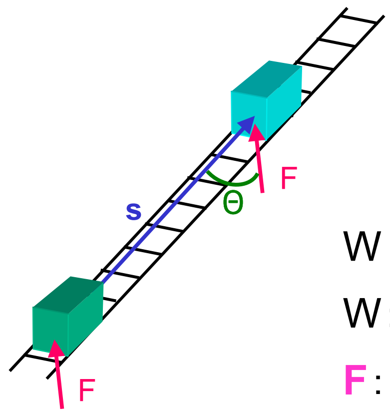
$$\mathbf{n}_{12} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right|}$$

ベクトルで表すと

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right|^3}$$

ベクトル

スカラー積（内積）



W = Fs cos(Θ) = **F**・**s**

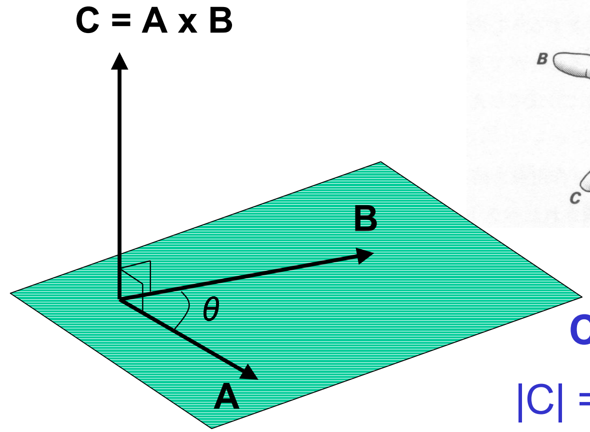
W : 仕事

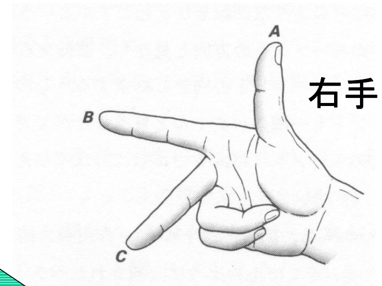
F : 力のベクトル

s : 変位のベクトル

ベクトル積（外積）

回転を表現するのに適している

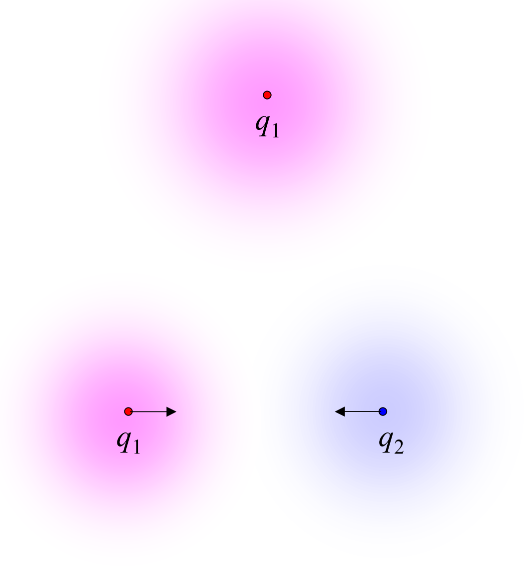




C = **A** x **B**

|C| = AB sin(θ)

電場の考え方：近接相互作用



電荷がそのまわりの
空間を歪ませる

↓

電荷がそのまわりに
「電場」を作る

↓

作られた「電場」によって
別の電荷が力を受ける

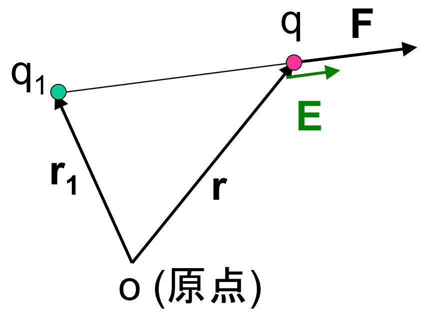
↓

2つの電荷が引き合う

電場

電場

電場の考え方：近接相互作用



$$\mathbf{F} = \frac{qq_1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3}$$

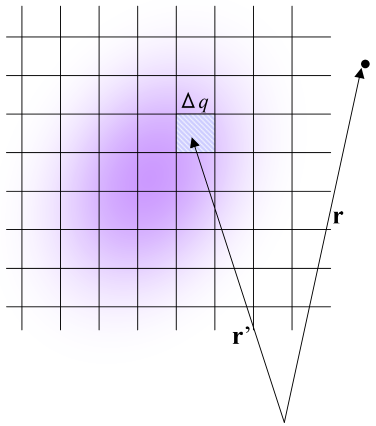
E(r)：電場

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3}$$

電場　電荷が空間的に分布している場合

空間を微小体積に分ける



電荷密度：$\rho(\mathbf{r}) = \Delta q / \Delta V$

*j*番目の微小領域がつくる電場

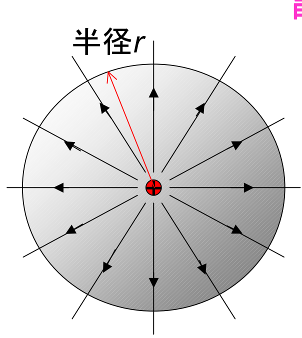
$$\mathbf{E}_j(\mathbf{r}) = \frac{\Delta q_j}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j|^3} = \frac{\rho(\mathbf{r}_j)\Delta V}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j|^3}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N}\mathbf{E}_j(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N}\frac{\rho(\mathbf{r}_j)\Delta V}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j|^3}$$

↓

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int dV'\frac{\rho(\mathbf{r}')}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$

電気力線



電気力線の密度は表面の
どの位置でも同じ

N:電荷qから出る
電気力線の総数

電場の強さ∝電気力線の密度＝ $\dfrac{N}{4\pi r^2}$

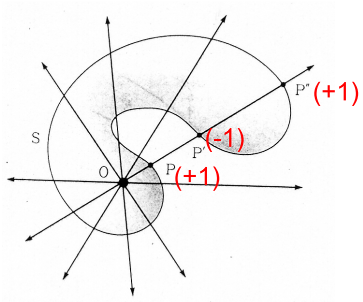
電荷から出る電気力線の総数*N*は半径によらず一定で、
電荷の量*q*に比例する

ガウスの法則

$$\boxed{\varepsilon_0 \int_S E_n dS = q}$$

意味:「閉曲面Sを貫く電気力線の数」は閉曲面内の電荷qに比例する

電気力線の数え方:閉曲面を貫いて外に出る場合は＋
中に入る場合は－



ガウスの法則

閉曲面Sの中の体積Vに電荷が連続的に分布している場合

$\rho(\mathbf{r})$:電荷密度

$$\varepsilon_0 \int_S E_n dS = \sum_{i \in S} q_i = \sum_i \rho(\mathbf{r}_i) dV_i$$

$$\longrightarrow \boxed{\varepsilon_0 \int_S E_n dS = \int_V \rho(\mathbf{r}) dV}$$

面積積分　　体積積分

静電ポテンシャル (電位)

AとBの間の電位差

$$\boxed{\phi_B - \phi_A = -\int_{A(C)}^{B} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}}$$

A=S点をϕ=0の基準点とすると $\boxed{\phi_B = -\int_{S(C)}^{B} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}}$

原点にある点電荷q_0のつくる電場の位置rでの電位は基準点Sを無限遠方に取り、

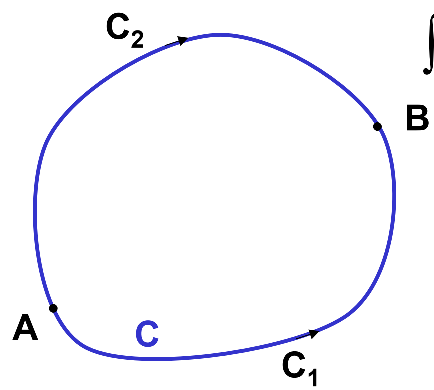
$$\boxed{\phi(r) = -\int_\infty^r \mathbf{E}(r) dr = -\int_\infty^r \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

静電エネルギー

$$U = q\phi$$

AからBに向かう経路C_1とC_2

$$\int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$



経路がループの場合

$$\int_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0}$$

渦無しの法則

微分演算子

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$ ナブラ

$$\phi = \phi(x, y, z)$$

$$\nabla \phi = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)\phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$$

静電ポテンシャル ϕ と電場 $\mathbf{E}$ との関係

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi = -\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)\phi = \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x}, -\frac{\partial \phi}{\partial y}, -\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)$$

$$= \text{-grad}\,\phi$$

導体

- 導体の内部には電場が無い
  - →導体内部に電荷が無い
  - →電荷は導体表面にのみ分布
- 導体内は等電位
  - →電場は導体表面に垂直

導体表面近傍のガウスの法則

$$\varepsilon_0 E \Delta S = \Delta Q = \sigma \Delta S$$

$$\boxed{\sigma = \varepsilon_0 E}$$

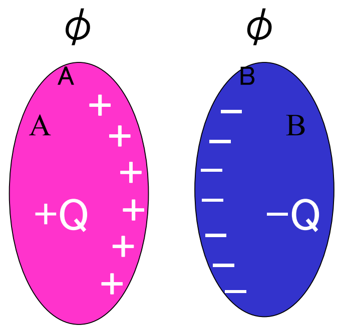
σ ：面電荷密度

E ：電場

ε_0 ：真空の誘電率

キャパシター（コンデンサー）

近接する2体の金属から構成された
電荷を蓄積するための装置



V ：電位差

$$V = \phi_A - \phi_B$$

C ：電気容量

$$Q = CV$$

単位：F (ファラッド)

コンデンサーの静電エネルギー

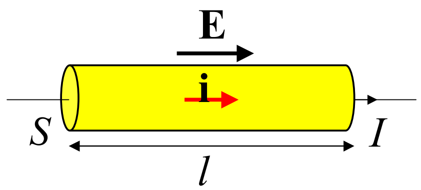
$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2C}Q^2$$

電場のエネルギー

単位体積あたりの静電エネルギー

$$u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

オームの法則



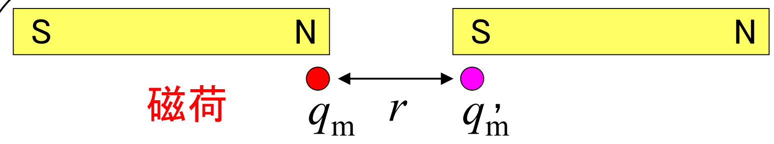
$$V = RI$$
$$= \rho \frac{l}{S} I$$

$$V = lE,\quad i = \frac{I}{S}$$

$\longrightarrow$ $\boxed{\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})\mathbf{i}(\mathbf{r})}$

$\boxed{\mathbf{i}(\mathbf{r}) = \sigma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})}$

磁荷（仮想的概念）



クーロンの法則 $F = \dfrac{1}{4\pi\mu_0}\dfrac{q_m q'_m}{r^2}$

真空の透磁率 : $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}[\mathrm{N \cdot A^{-2}}]$

磁荷 : [Wb]

磁場のガウスの法則

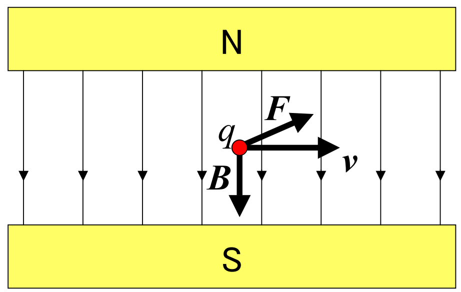
磁場**H**のかわりに磁束密度**B**を用いる

$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$ （真空中）

単位 : テスラ[T]=[Wb/m^2]

$$\boxed{\int_S B_n dS = 0}$$

磁場中の電流に働く力



ローレンツ磁気力 : $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

$\mathbf{F} \perp \mathbf{v} \quad \mathbf{F} \perp \mathbf{B}$

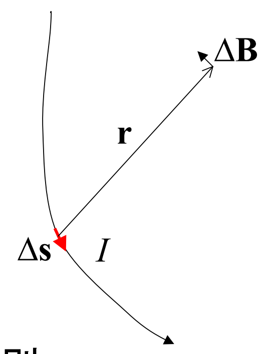
力は運動の方向(**v**)に対して常に垂直

$\longrightarrow$ 仕事をしない

Δsの部分の電流Iが、そこから$\mathbf{r}$の位置につくる磁場は

$$\Delta\mathbf{H} = \frac{I\Delta\mathbf{s}\times\mathbf{r}}{4\pi r^3}$$

$$\boxed{\Delta\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I\Delta\mathbf{s}\times\mathbf{r}}{4\pi r^3}}$$



ビオー･サバールの法則

S極やN極を単独で分離できない！

磁場に対するガウスの法則

$$\int_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{S} = \int_S B_n dS = 0$$

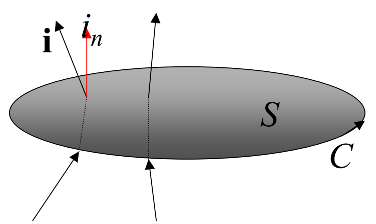
単極磁荷無し！！

アンペールの法則

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \sum_i I_i$$

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{i}\cdot d\mathbf{S} = \mu_0 \int_S i_n dS$$

$\mathbf{i}$:電流密度



静電磁場の基本法則: 積分形

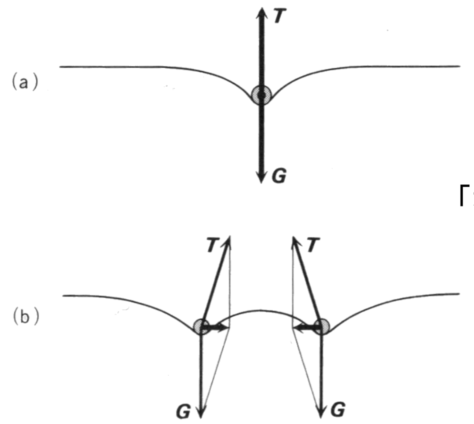
$$\int_S \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{r})dV$$ ガウスの法則

$$\oint_C \mathbf{E}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s} = 0$$ 渦無しの法則

$$\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S} = 0$$ 磁荷無しの法則

$$\oint_C \mathbf{B}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 \int_S \mathbf{i}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{S}$$ アンペールの法則

静電場の法則の微分形式



「場が重要」

おもり(電荷)が引き合うのではなく、おもりで引き起こされた膜の歪み(静電場)から力を受ける。

⟶ 微小領域でのつり合い → 微分形式

静電磁場の基本法則： 微分形

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\varepsilon_0}(\mathbf{r})$$ ガウスの法則

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$ 渦無しの法則

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0$$ 磁荷無しの法則

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mu_0 \mathbf{i}(\mathbf{r})$$ アンペールの法則

静電場は渦なし

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = -\nabla \phi(\mathbf{r}) \Longleftrightarrow \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0$$

等価

代入

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon_0}$$

⬇

ポアッソンの方程式

$$\boxed{\nabla^2 \phi(\mathbf{r}) = -\frac{\rho(\mathbf{r})}{\varepsilon_0}}$$

磁場は磁荷なし

$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) = 0 \quad \Updownarrow \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}}$$

A ：ベクトルポテンシャル