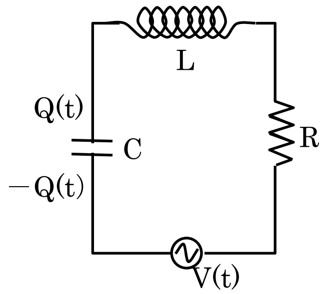
今日の重要事項

・交流回路



$$L\frac{dI(t)}{dt}+\frac{Q(t)}{C}+RI(t)=V(t)$$

$$I(t)=\frac{dQ(t)}{dt}$$

を解く。

$$V(t)=V_0\cos(\omega t)$$

$$I(t)=I_0\cos(\omega t+\alpha)$$

$$Q(t)=Q_0\cos(\omega t+\beta)$$

となる解を求めるために、複素数を使う。

$$\hat{V}(t)=V_0e^{i(\omega t)}$$

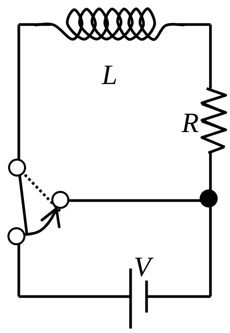
$$\hat{I}(t)=I_0e^{i(\omega t+\alpha)}=I_0e^{i\alpha}e^{i\omega t}$$

$$\hat{Q}(t)=Q_0e^{i(\omega t+\beta)}=Q_0e^{i\beta}e^{i\omega t}$$

複素インピーダンス $\hat{Z}$

$$\hat{I}=\frac{V_0}{\hat{Z}}\qquad \hat{Z}=R+i\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)=Ze^{i\phi}\qquad \tan\phi=\frac{\omega L-1/(\omega C)}{R}$$

小テストと解答例



はじめスイッチが実線のようになっていて電流が I_0 流れていた。t=0 にスイッチを点線のように切り替えたあとの電流の時間変化と、抵抗で発生するジュール熱を求める。

1）始めにコイルが持っていた電流のエネルギーはいくらか。

$$\frac{1}{2}LI_0^{\,2}$$

2）初めにコイル内の磁束密度が B_0 であったとすると、コイル内の単位体積あたりの磁場のエネルギーはいくらか。

$$\frac{1}{2\mu_0}B_0^{\,2}$$

3）t=0 以降の電流の時間変化 $I(t)$ を求めよ。

$$I(t)=I_0e^{-\frac{R}{L}t}$$

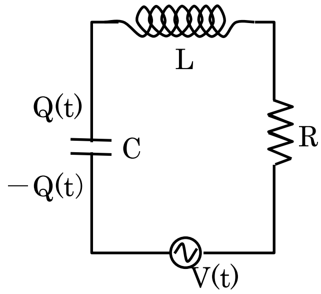
4）時刻 t〜$t+\Delta t$ の間に抵抗で発生するジュール熱はいくらか。

$$RI(t)^2\Delta t=RI_0^{\,2}e^{-\frac{2R}{L}t}\Delta t$$

5）t=0〜∞に抵抗でジュール熱として消費されるエネルギーはいくらか。

$$\int_0^\infty RI(t)^2dt=\int_0^\infty RI_0^{\,2}e^{-\frac{2R}{L}t}dt=RI_0^{\,2}\left[-\frac{L}{2R}e^{-\frac{2R}{L}t}\right]_0^\infty=\frac{1}{2}LI_0^{\,2}$$

練習問題



右図の様な、抵抗 R、コンデンサーC、コイル L、交流電源 V の直列回路を考える。この回路の複素インピーダンスを求めよ。また、電源電圧の位相と電流の位相が合うような、電源電圧の角周波数 ω を求めよ。

市田の e-mail アドレス：ichida@konan-u.ac.jp