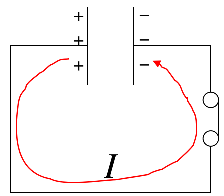
電磁気学II

電流と電流密度

電流 = 電荷の移動



電流 I [A]

1 A = 1 C/s

多くの場合、移動する電荷は電子

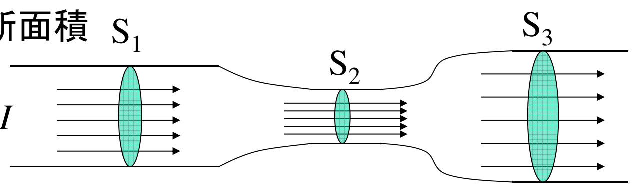
電子の電荷量: $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C

t秒間に電荷量Qの移動 $I = \dfrac{Q}{t}$

移動する電荷量が時間的に変動する場合 $I = \dfrac{dQ}{dt}$

電流密度

断面積

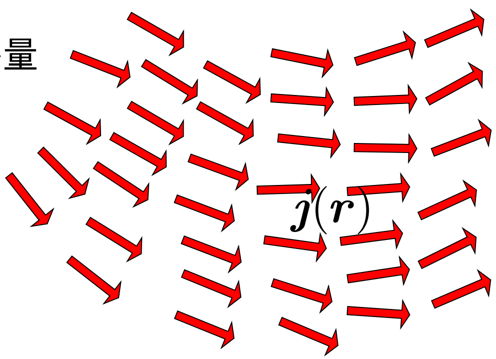


電流I 電流I

電流密度 $j_1 = \dfrac{I}{S_1}$ $j_2 = \dfrac{I}{S_2}$ $j_3 = \dfrac{I}{S_3}$

一般にはベクトル量

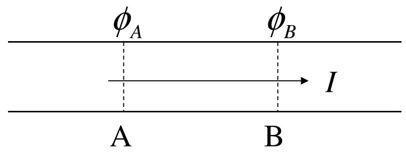
$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$



単位面積
あたりの電流

単位 [A/m^2]

オームの法則



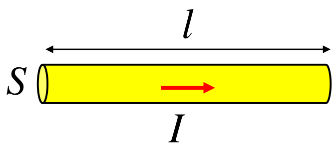
$$V = \phi_A - \phi_B$$

電流が小さい時、「電流は電圧に比例する。」

$I = \dfrac{V}{R}$ あるいは $V = RI$

R: 電気抵抗 [Ω] =[V/A]

オームの法則



電気抵抗は
導線の長さに比例
断面積に反比例

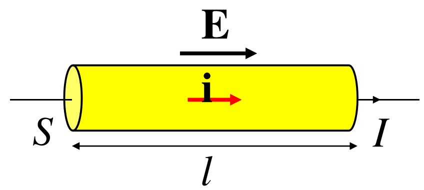
$$R = \rho \frac{l}{S}$$

ρ : 抵抗率(比抵抗)[Ω・m]
S : 断面積[m^2]
l : 長さ[m]

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

σ : 電気伝導率(Ω^{-1}・m^{-1})

オームの法則



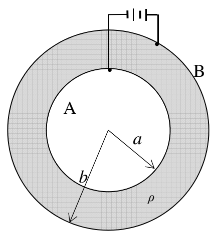
$$V = RI$$
$$= \rho \frac{l}{S} I$$

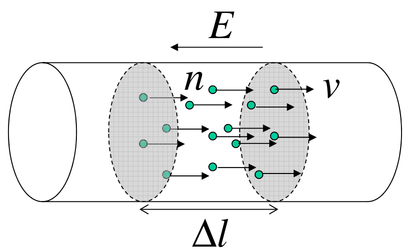
$$V = lE, \quad i = \frac{I}{S}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \rho(\mathbf{r})\mathbf{i}(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{i}(\mathbf{r}) = \sigma(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})$$

[1] 半径a、b ($a<b$)の同心球殻A、Bの間に抵抗率ρの電解質溶液を満たし、電池を図のように接続し電流Iを流す。
1) 電流の流れる様子を描きなさい。
2) 中心からの距離r ($a<r<b$)に仮想的に球面を考える。回路に定常電流Iが流れている時、この仮想的な球面上には均一に電流密度$j(r)$が面に垂直に流れている。$j(r)$を求めよ。
3) この球面上での電場の強さ$E(r)$を求めよ。
4) 電極間の電位差Vを求めよ。
5) オームの法則から電気抵抗Rを求めよ。





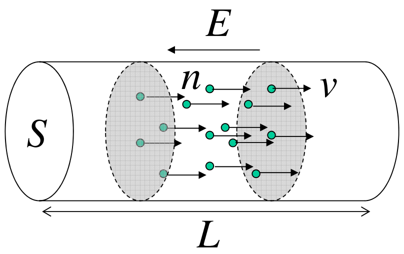
電場EからFの力を受けている1つの電子がΔtの時間の間にΔlだけ動いた時の仕事ΔW

$$\Delta W = F\Delta l = -eEv\Delta t$$

単位体積あたりの仕事率w

$$w = \frac{n\Delta W}{\Delta t} = -nevE = Ej = \sigma E^2 = \rho j^2$$

$\longrightarrow$ ジュール熱



断面積S、長さLの導線全体からの単位時間当たりの発熱量Pは、体積がSLなので

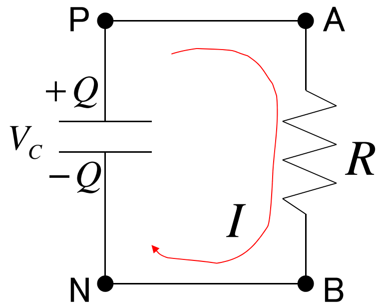
$$P = wSL = EjSL = LEjS$$

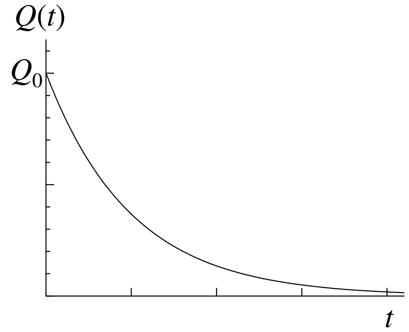
導体内で、電場、電流が一様ならば、両端電圧Vおよび電流Iは、V=LE、I=jSだから、

$$P = VI = RI^2 \longrightarrow \text{ジュール熱}$$

単位：W(ワット)=J/S

直流回路





$\tau = RC$ ：緩和時間→1/eになる時間

[2] 電気容量Cのコンデンサーが電圧Vの電池と抵抗Rに直列につながっている。時刻tでのコンデンサーの電荷を$Q(t)$、回路に流れる電流を$I(t)$とし、t=0に電荷$Q(t$=0)=0であったとする。

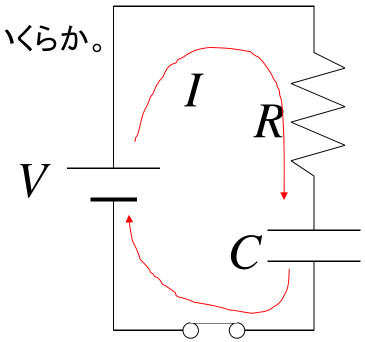
1) コンデンサーの両端にかかる電圧$V_C(t)$を$Q(t)$, Cを用いてあらわせ。また、$I(t)$を$Q(t)$を用いてあらわせ。

2) キルヒホフの第二法則から、$Q(t)$に関する微分方程式を求めよ。

3) この微分方程式を解いて、電荷$Q(t)$の時間変化を求めよ。

4) 電荷$Q(t)$の時間変化をグラフに書け。

5) t=0〜∞の間に抵抗Rで発生する熱はいくらか。



電流の間にはたらく力

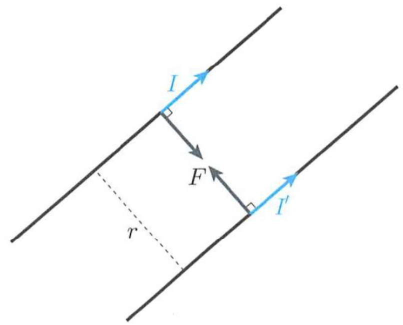


図 3.9 2つの平行な電流の間に働く力

単位長さ当たりの力の大きさ

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi_0}\frac{I \times I'}{r}$$

真空の透磁率

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{Nm/A^2}$$

電荷の間にはたらく力：電荷＝スカラー

電流の間にはたらく力：電流＝ベクトル

電場：$\mathbf{E}$

電荷qに働く力：$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

電流素片Idlに働く力：$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

磁束密度：$\mathbf{B}$

単位：テスラ(T=N/(Am))

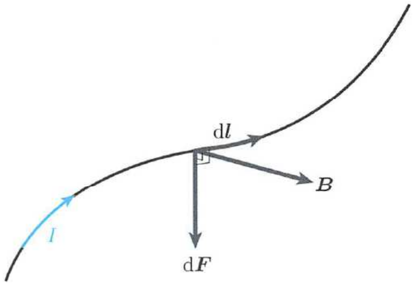
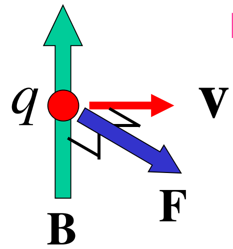


図 3.10 電流素片に働く力

ローレンツ力



$$\boxed{\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}}$$

ローレンツ力の場合、力と粒子の動く方向が常に垂直であるから、粒子に仕事をしない！

磁場 $\mathbf{B}$ とともに、電場 $\mathbf{E}$ がある場合

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

電場：$\mathbf{E}$

電荷qに働く力：$\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

電荷qが作る電場：$\mathbf{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\dfrac{\mathbf{r}}{r}$ クーロンの法則

磁束密度：$\mathbf{B}$

電流素片Idlに働く力：$d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

電流素片Idlが作る磁場：$d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I d\mathbf{l}}{r^2} \times \dfrac{\mathbf{r}}{r}$

ビオ・サバールの法則

S極やN極を単独で分離できない！

磁場に対するガウスの法則

$$\int_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{n} dS = 0$$

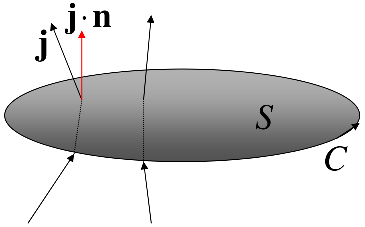
単極磁荷無し！！

アンペールの法則

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot\mathbf{t}\,dl = \mu_0 \sum_i I_i$$

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot\mathbf{t}\,dl = \mu_0 \int_S \mathbf{j}\cdot\mathbf{n}\,dS$$

$\mathbf{j}$: 電流密度



[3] 半径aの円柱導線の外側に、半径bの薄い円筒状導線があり、それぞれに電流Iと$-I$が軸に平行に逆向きに流れている。ただし、導線の長さはa , b に比べて十分に長い。

1) 閉曲線をCとしてアンペールの法則を書け。

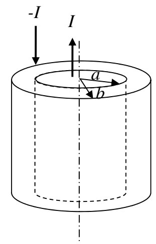
2) 半径$r < a$ のとき、アンペールの法則を適用する閉曲線Cを円筒の断面図に描け。

3) 半径aの円柱導線の内部には一様に電流が流れている。このとき、電流密度jを求めよ。

4) アンペールの法則を用いて半径$r < a$ のときの磁束密度の大きさBを求めよ。

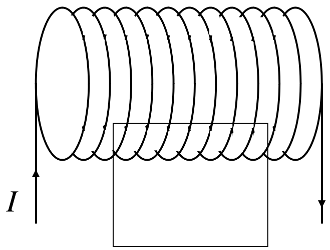
5) $a < r < b$ のときの磁束密度の大きさBを求めよ。

6) 半径bの薄い円筒状導線の表面に一様に電流が流れているとき、$r > b$ のときの磁束密度の大きさBを求めよ。



アンペールの法則の応用

例題3.6 半径a、単位長さあたり巻き数nのコイルを巻いたソレノイドに、電流Iを流したとき生じる磁場を求めよ。



P.55

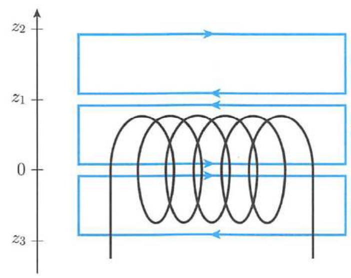


図 3.18 ソレノイドが作る磁場

誤

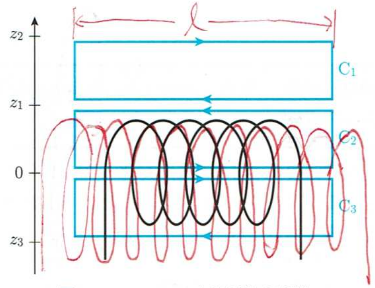


図 3.18 ソレノイドが作る磁場

正