電磁気学II

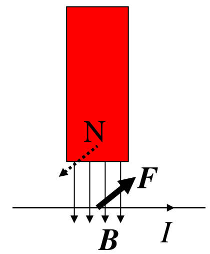
1. 電磁気学Iのおさらい
2. 電流と電流密度
3. オームの法則
4. 金属電子論
5. 準定常電流
6. 電流間に生じる力と磁場
7. ローレンツ力
8. 電流が作る磁場
9. アンペールの法則
10. 前半のまとめと確認
11. 磁束と電磁誘導
12. 自己インダクタンスと相互インダクタンス
13. 磁場のエネルギー
14. 交流回路と複素インピーダンス
15. まとめ

電流のつくる磁場

磁石の近くを流れる電流
→ローレンツ磁気力

⇕ 反作用

磁石に対して電流から力
→電流が磁場を発生



電場 : $\mathbf{E}$

電荷qに働く力 : $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

電荷qが作る電場 : $\mathbf{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}\dfrac{\mathbf{r}}{r}$ クーロンの法則

磁束密度 : $\mathbf{B}$

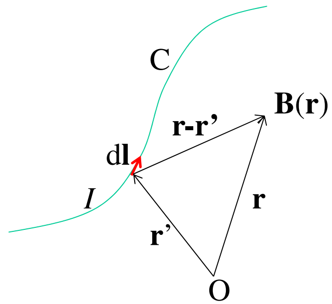
電流素片Id**l**に働く力 : $d\mathbf{F} = I d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$

電流素片Id**l**が作る磁場 : $d\mathbf{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I d\mathbf{l}}{r^2} \times \dfrac{\mathbf{r}}{r}$

ビオ・サバールの法則

r'の位置の電流素片Id**l**(**r**')が、
rの位置に作る磁場d**B**(**r**)は

$$d\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I d\mathbf{l}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \times \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$$



経路Cであらわされる回路に
電流Iが流れているとき、位置**r**に
作られる磁場**B**(**r**)は

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_C \frac{I d\mathbf{l}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \times \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_C \frac{I \mathbf{t}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \times \frac{(\mathbf{r}-\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} dl$$

t(**r'**): **r'**の位置の電流の接線方向の単位ベクトル
d**l**(**r'**)= **t**(**r'**)dl

直線電流が作る磁場

電流素片$I d\mathbf{l}$が作る磁場

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\mathbf{l}}{R^2}\times\frac{\mathbf{R}}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathbf{e}_z dz}{R^2}\times\frac{\mathbf{R}}{R}$$

直線電流($-\infty<z<+\infty$)が作る磁場

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathbf{e}_z\times\mathbf{R}}{R^3}dz$$

電流素片$I d\mathbf{l}$が$(0,0,z)$、Pが$(r,0,0)$とすると $e_z = (0,0,1), \mathbf{R} = (r,0,-z)$

$$\tan\theta = \frac{r}{z}, \sin\theta = \frac{r}{R}, \mathbf{e}_z\times\mathbf{R} = (0,r,0)$$

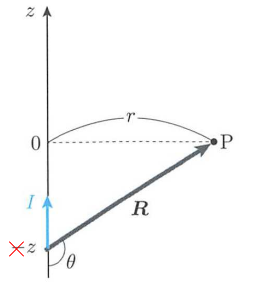


図 3.14 直線電流が作る磁場

直線電流が作る磁場

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\mathbf{e}_z\times\mathbf{R}}{R^3}dz$$

$$\tan\theta = \frac{r}{z}, \sin\theta = \frac{r}{R}, \mathbf{e}_z\times\mathbf{R} = (0,r,0)$$

$$-\frac{1}{\sin^2\theta}d\theta = \frac{1}{r}dz$$

積分変数をzからθへ

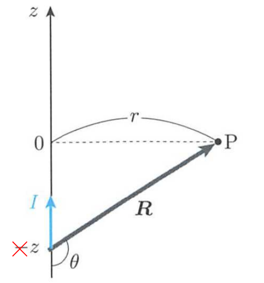
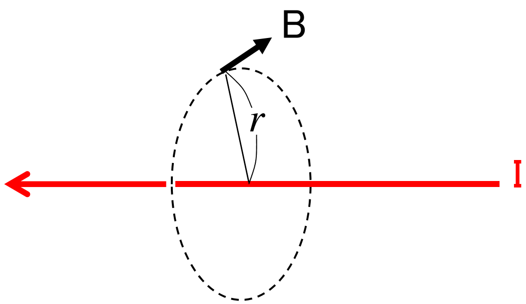


図 3.14 直線電流が作る磁場

$$\mathbf{B}(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}\int_0^{\pi}\sin\theta d\theta(0,1,0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathbf{e}_y$$

$$B(r) = |\mathbf{B}(r)| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

電流のつくる磁場



$$B(r) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

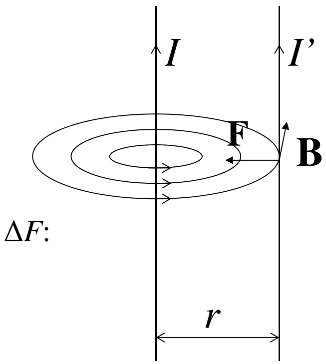
直線電流間にはたらく力

Iがr離れたI'に作る磁場B:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Bが電流素片I'dlにおよぼす力ΔF:

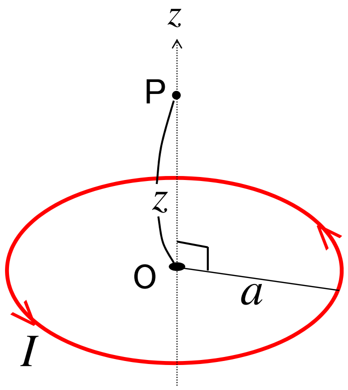
$$\Delta F = I' dl B$$



単位長さあたりの力F:

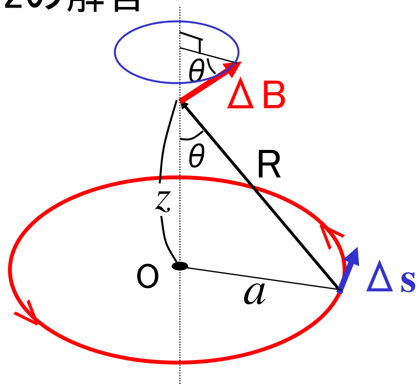
$$F = I' B = I'\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} = \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r}$$

例題



半径aの円形の回路を強さIの定常電流が流れている。この電流が、円の中心を通り円の面に垂直な直線上につくる磁場を求めよ。

問2の解答



$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2}$$

z成分のみ残る

$$dB_z = dB\sin\theta$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2}\frac{a}{R}$$

$$B = \oint_C dB_z = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\frac{a}{R}2\pi a = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{IS}{\left(z^2+a^2\right)^{3/2}}$$

$$S = \pi a^2 \qquad R = \left(a^2+z^2\right)$$