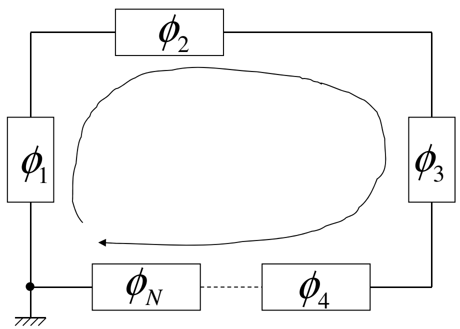
電磁気学II

1. 電磁気学Iのおさらい
2. 電流と電流密度
3. オームの法則
4. 金属電子論
5. 準定常電流
6. 電流間に生じる力と磁場
7. ローレンツ力
8. 電流が作る磁場
9. アンペールの法則
10. 前半のまとめと確認
11. 磁束と電磁誘導
12. 自己インダクタンスと相互インダクタンス
13. 磁場のエネルギー
14. 交流回路と複素インピーダンス
15. まとめ

前回の復習

長さL、断面積Sの太さが一定で一様な金属棒の両端にVの電圧を加えたとき、定常電流Iが流れた。

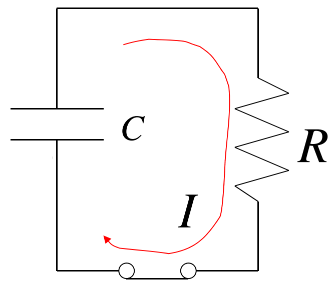
1) 金属棒の電気抵抗をRとしたとき，オームの法則を書け。
2) 金属棒内の電場EをVとLで書け。
3) 電子の電荷を$-e$、質量をmとするとき，電子が電場から受ける力Fを書け。
4) 電子の初速度がゼロとして、電場によりt秒後に電子の速度vはいくらになるか。
5) 実際の金属中では、電場の力Fと速度に比例する抵抗力$f=\beta v$がつりあう。平均の速さuを求めよ。
6) 電子の密度をn、平均の速さをuとして、単位時間に断面積Sの金属中を流れる電流Iを求めよ。
7) Vを用いて電流Iを書け。
8) オームの法則と比較して、Rをe, β, n, S, Lを用いて表せ。
9) 抵抗Rを比抵抗ρ、長さL、断面積Sを用いて書け。
10) 平均衝突時間をτとする時、$\beta= m/\tau$として、比抵抗ρを求めよ。



$$\phi_1+\phi_2+\cdots+\phi_N=\sum_{i=1}^{N}\phi_i=0$$

キルヒホフの第2法則
「回路を一周してもとの点に戻る間の電位の変化は全体としてゼロになる。」

RC回路:放電



コンデンサーの両端電圧:

$$V_C=\frac{Q}{C}$$

流れた電流分だけ電荷が減少

Δtの間に減少する電荷:

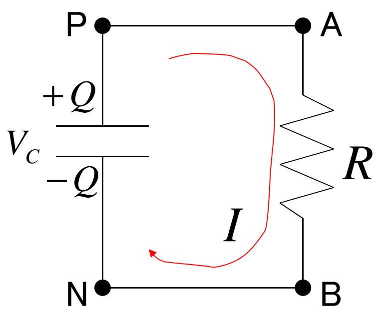
$$\Delta Q=-I\Delta t$$

$$\longrightarrow \frac{dQ}{dt}=-I$$

キルヒホフの第二法則より

$$V_C-RI=\frac{Q}{C}-R\left(-\frac{dQ}{dt}\right)=0$$

直流回路



微分方程式:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}$$

微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = ay$$

↓ 変数分離型

$$\frac{dy}{y} = adx$$

↓ 両辺不定積分

$$\int \frac{dy}{y} = \int adx$$

↓

$$\log y = ax + C$$

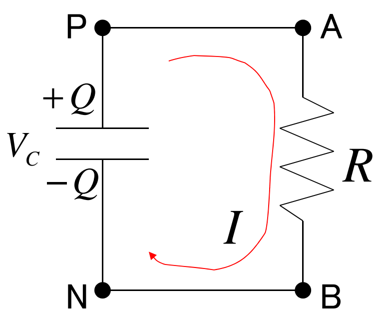
$$e^{\log y} = e^{ax+C} = e^{C} e^{ax}$$

↓

$$y = C' e^{ax}$$

$$\left(\begin{array}{c} e^{\log y} = y \\ C' = e^{C} \end{array} \right)$$

直流回路



微分方程式:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{RC}$$

↓

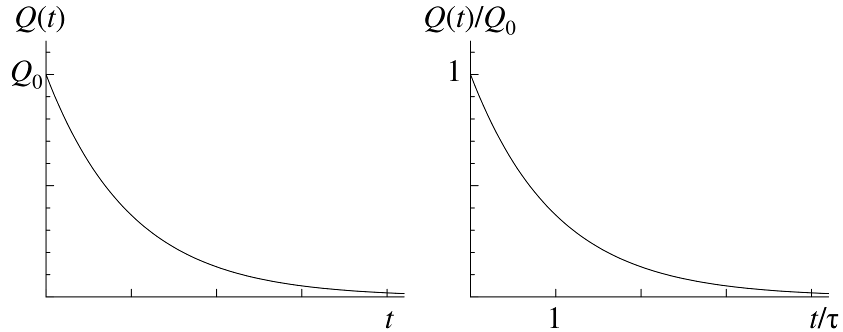
$$\frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

↓

$$Q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$I(t) = -\frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} \qquad V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = \frac{Q_0}{C} e^{-\frac{t}{RC}}$$

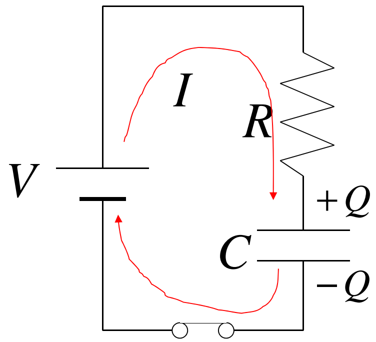
緩和現象



$\tau = RC$:緩和時間→1/eになる時間

例:放射性同位元素の崩壊
　→多数のコインの裏表問題

RC回路:充電



$$V - RI - V_C = 0$$

電流Iの分だけ電荷Qが増える

$$\frac{dQ}{dt} = I$$

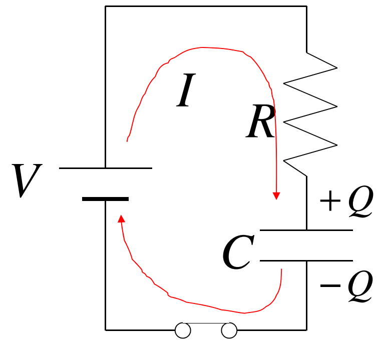
$$V_C = \frac{Q}{C}$$

$$V - R\frac{dQ}{dt} - \frac{Q}{C} = 0$$

$$\downarrow$$

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q + \frac{V}{R}$$

RC回路:充電

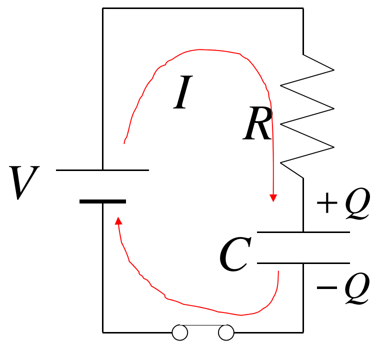


微分方程式:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}(Q - CV)$$

変数分離型

RC回路:充電



微分方程式:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}(Q - CV)$$

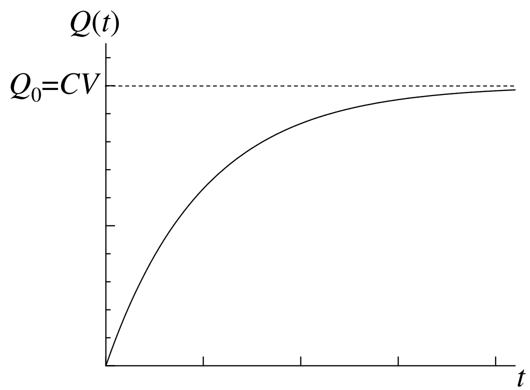
$$\downarrow$$

$$\frac{dQ}{Q - CV} = -\frac{dt}{RC}$$

$$\downarrow$$

$$Q(t) = CV\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

$$I(t) = \frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \qquad V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$



$$Q(t) = Q_0\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$$

微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = -a^2 y$$

$\downarrow$ 両辺に $\times 2\frac{dy}{dx}$

$$2\frac{dy}{dx}\frac{d^2 y}{dx^2} = -2a^2 y \frac{dy}{dx}$$

$\downarrow$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -2a^2 y \frac{dy}{dx}$$

$\downarrow$ 両辺 x で積分

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -2a^2 \int y dy + C$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = -a^2 y^2 + C$$

$\downarrow$ $C = a^2 c^2$ とおいて

$$\frac{dy}{dx} = a\sqrt{c^2 - y^2}$$

$\downarrow$ 変数分離形

$$\frac{dy}{\sqrt{c^2 - y^2}} = adx$$

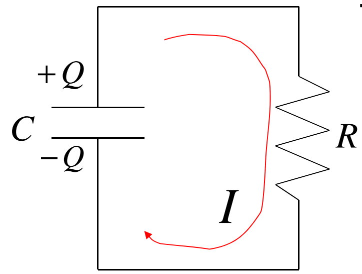
$\downarrow$

$$\sin^{-1}\frac{y}{c} = ax + b$$

$$\rightarrow y = c\sin(ax + b)$$

振動解

エネルギー



コンデンサが持っていたエネルギー

$$U_e = \frac{Q_0^{\,2}}{2C}$$

抵抗で消費されるエネルギーと比較せよ

演習問題

コンデンサーの充電、放電を再度解いてみてください。