今日の重要事項

オームの法則：$I = \dfrac{V}{R}$　(3.3) ←→　$\mathbf{E} = \rho\,\mathbf{j}$ (3.7)

抵抗率 ρ と電気伝導度 σ：　長さ l、断面積 S の物体の抵抗が R のとき　$R=\rho l/S$　(3.4)

$\sigma=\rho^{-1}$

小テストおよびその解答

z 軸を中心軸とした半径 a の無限に長い円柱内に一様に密度 ρ　がある時、円柱内外の電場、電位。

a)　電場の様子　（略）

b)　閉曲面

半径 r、高さ h の円柱の表面（図略）

c)　$r>a$ の電場

ガウスの法則は

$$\int_S E(r)dS = \frac{1}{\varepsilon_0}(S\text{内の総電荷})$$

閉曲面の上面と下面は電場が平行なので、積分には寄与しない。

側面で電場は垂直で一定値なので、

$$(\text{左辺}) = 2\pi rhE(r)$$

一方、$r>a$ なので、S の内部に含まれる電荷は a まですべてなので、

$$(\text{右辺}) = \frac{\pi a^2 h\rho}{\varepsilon_0}$$

したがって、$E(r) = \dfrac{a^2\rho}{2\varepsilon_0 r}$

d)　$r<a$ の電場

$$(\text{左辺}) = 2\pi rhE(r)$$

$$(\text{右辺}) = \frac{\pi r^2 h\rho}{\varepsilon_0}$$

したがって、$E(r) = \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0}$

e)　$r=a$ での電位を基準(V_a)として円柱内外の電位

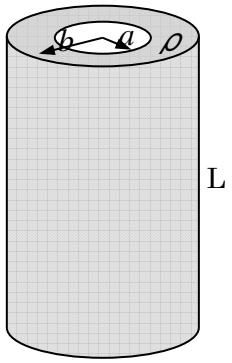
$$\phi(r) = -\int_{\text{基準点}}^{r} E(r)dr$$

$r>a$ のとき、

$$\phi(r) = -\int_a^r \frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0 r}dr = -\left[\frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0}\log r\right]_a^r = \frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0}(\log a - \log r) = \frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0}\log\frac{a}{r}$$

$r<a$ のとき、

$$\phi(r) = -\int_a^r \frac{\rho}{2\varepsilon_0}rdr = -\left[\frac{\rho}{4\varepsilon_0}r^2\right]_a^r = \frac{\rho}{4\varepsilon_0}\left(a^2 - r^2\right)$$



宿題

半径 $a,b(a<b)$、長さ L の同心円筒の電極間に抵抗率 ρ の液体を満たしたときの電気抵抗を求める。

a)　電極間の電流を I として、中心から距離 r $(a<r<b)$での電流密度 $j(r)$を求めよ。

b)　電場 $E(r)$を求めよ。

c)　電極間の電位差 V を求めよ。

d)　オームの法則から電極間の抵抗 R を求めよ。