電磁気学II　　諸注意、成績の付け方など

担当者: 市田 正夫 (7号館・3階・P303号室)
パワーポイント＋板書で講義を行う。

成績評価

期末試験のみで判断。

小テスト→理解度の自己確認のために授業の最初に行う。

電磁気学II

1. 電磁気学Iのおさらい
2. 電流と電流密度
3. オームの法則
4. 金属電子論
5. 準定常電流
6. 電流間に生じる力と磁場
7. ローレンツ力
8. 電流が作る磁場
9. アンペールの法則
10. アンペールの法則の応用
11. 磁束と電磁誘導
12. 自己インダクタンス
13. 相互インダクタンス
14. 磁場のエネルギー
15. 交流回路と複素インピーダンス

期末試験

これまでに学んだ(はずの)こと

- 電荷
- クーロンの法則
- ベクトル
- 電場
- 電気力線
- ガウスの法則
- 電位
- 導体と静電場
- コンデンサー

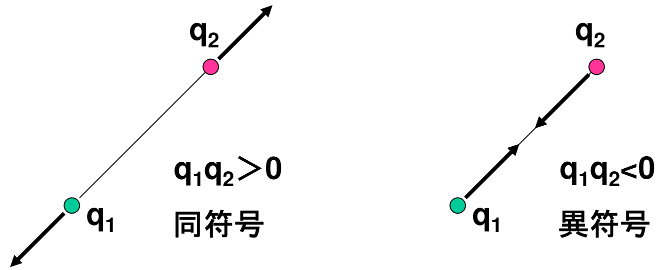
これから学ぶ(はずの)こと

- 定常電流
- オームの法則
- 静磁場
- ローレンツ力
- ビオ・サバールの法則
- アンペールの法則
- 電磁誘導の法則
- 自己インダクタンス
- 磁場のエネルギー

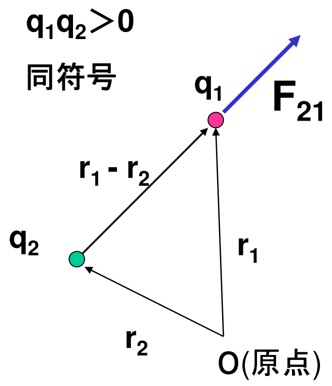
クーロンの法則

静止した2つの点電荷の間に働く力は、両者を結ぶ直線の方向を向き、その大きさは各々の電荷の積に比例し、電荷の距離の2乗に反比例する。

$$F_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r_{21}^2}$$



クーロンの法則



大きさで表すと

$$F_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right|^2}$$

$\mathbf{r}_1$-$\mathbf{r}_2$ 方向の単位ベクトル

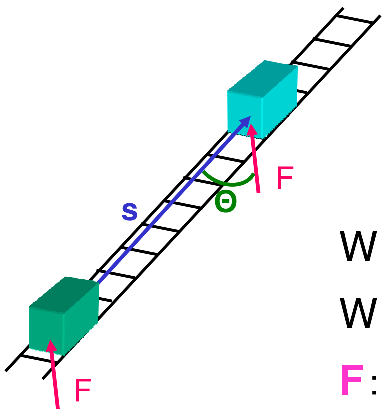
$$\mathbf{n}_{12} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right|}$$

ベクトルで表すと

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{\left|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\right|^3}$$

ベクトル

スカラー積（内積）



W = Fs cos(Θ) = **F**･**s**

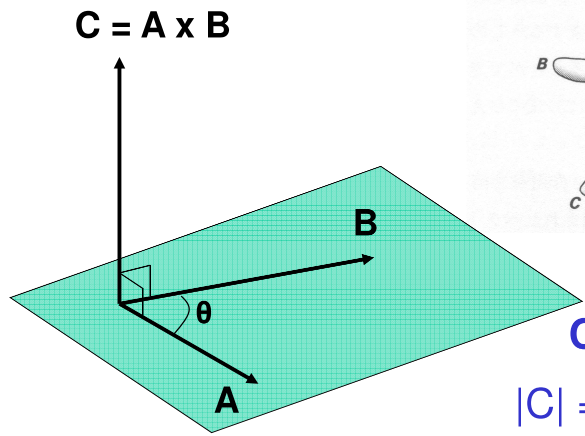
W：仕事

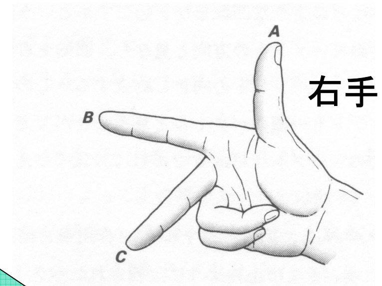
F：力のベクトル

s：変位のベクトル

ベクトル積（外積）

回転を表現するのに適している

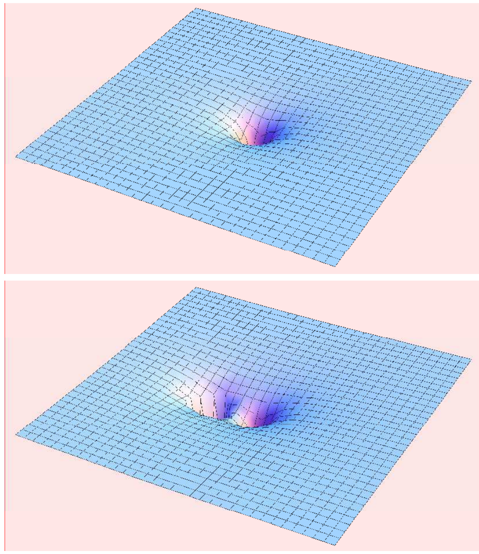




C = **A** x **B**

|C| = AB sin(**θ**)

場の例:ゴムの膜の上に置いた物体



物体がそのまわりの空間を歪ませる

↓

物体がそのまわりに「場」を作る

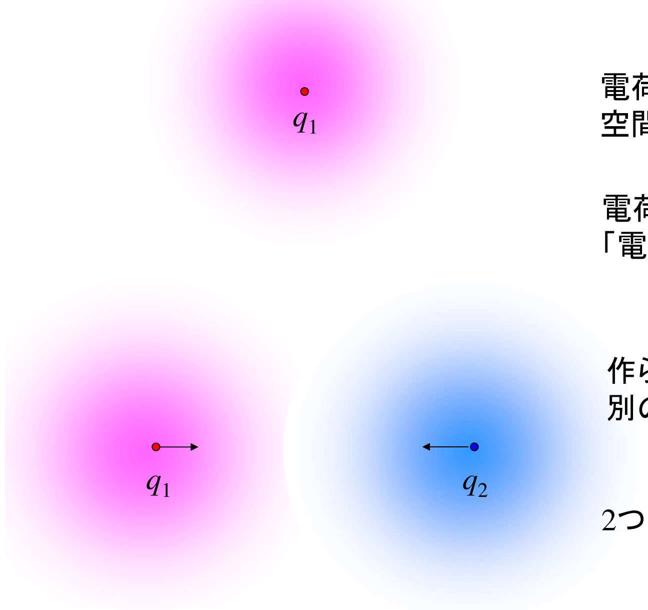
↓

作られた「場」によって別の物体が力を受ける

↓

2つの物体が引き合う

電場の考え方:近接相互作用



電荷がそのまわりの空間を歪ませる

↓

電荷がそのまわりに「電場」を作る

↓

作られた「電場」によって別の電荷が力を受ける

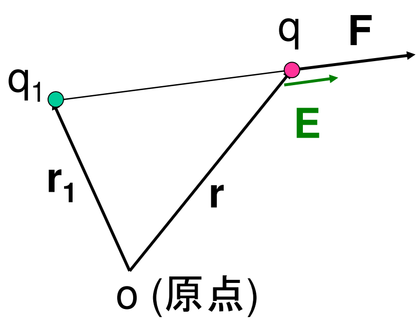
↓

2つの電荷が引き合う

$\boxed{\text{電場}}$

電場

電場の考え方:近接相互作用



$$\mathbf{F} = \frac{qq_1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3}$$

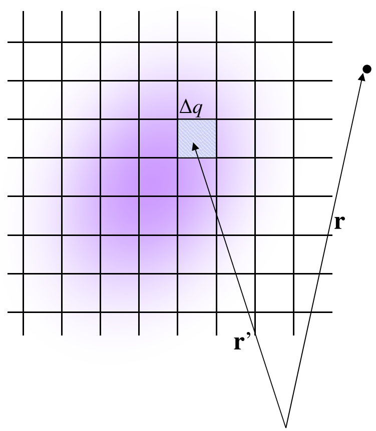
E(r):電場

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}(\mathbf{r})$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|^3}$$

電場　電荷が空間的に分布している場合

空間を微小体積に分ける



電荷密度: $\rho(\mathbf{r}) = \Delta q / \Delta V$

*j*番目の微小領域がつくる電場

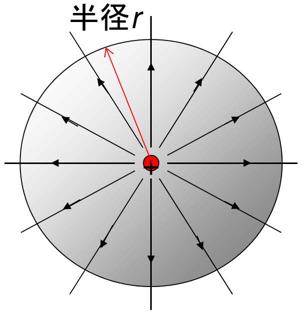
$$\mathbf{E}_j(\mathbf{r}) = \frac{\Delta q_j}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j|^3} = \frac{\rho(\mathbf{r}_j)\Delta V}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j|^3}$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N}\mathbf{E}_j(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^{N}\frac{\rho(\mathbf{r}_j)\Delta V}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_j|^3}$$

↓

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \int dV'\frac{\rho(\mathbf{r}')}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$$

電気力線



•正の電荷から出て、負の電荷に入る
•電場の強さは電気力線の密度に比例

球面を貫く電気力線

電気力線の密度は表面のどの位置でも同じ

球面上での電気力線の総数 $N=(\text{球面の面積})\times(\text{電気力線の密度})$

$$=4\pi r^2\times\frac{\alpha q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=\frac{\alpha q}{\varepsilon_0}$$

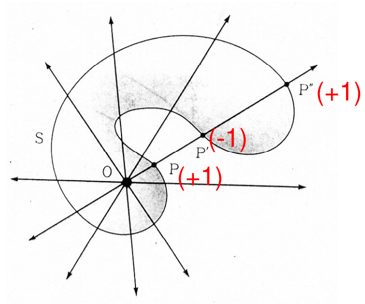
電荷から出る電気力線の総数Nは半径によらず一定で、電荷の量qに比例する

ガウスの法則

$$\boxed{\int_S E_n dS=\frac{1}{\varepsilon_0}q}$$

意味:「閉曲面Sを貫く電気力線の数」は閉曲面内の電荷qに比例する

電気力線の数え方:閉曲面を貫いて外に出る場合は＋
中に入る場合は－



ガウスの法則

閉曲面Sの中の体積Vに電荷が連続的に分布している場合

ρ (r):電荷密度

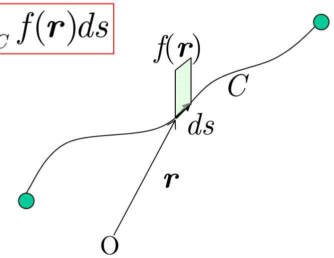
$$\int_S E_n dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i\in S}q_i=\frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i \rho(\mathbf{r}_i)dV_i$$

$$\longrightarrow\quad \boxed{\int_S E_n dS=\frac{1}{\varepsilon_0}\int_V \rho(\mathbf{r})dV}$$

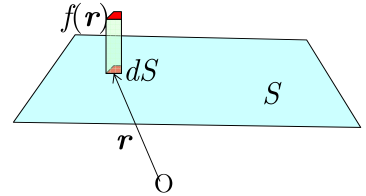
面積積分　　体積積分

線積分・面積分・体積積分

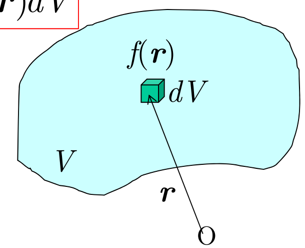
$\boxed{\int_C f(\boldsymbol{r})ds}$



$\boxed{\int_S f(\boldsymbol{r})dS}$

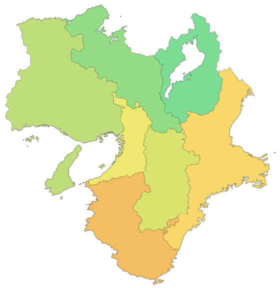


$\boxed{\int_V f(\boldsymbol{r})dV}$



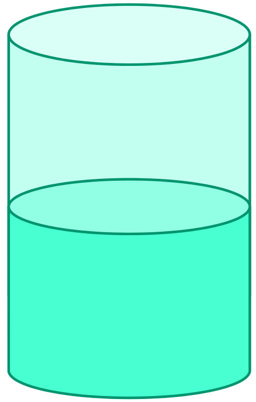
人口、面積、人口密度

	面積(km^2)	人口密度(人/km^2)	人口(人)
滋賀県	4017	350	
京都府	4613	571	
大阪府	1898	4670	
兵庫県	8396	665	
奈良県	3691	378	
和歌山県	4726	210	
合計			



体積積分：水と油の重さ

$\boxed{\int_V f(\boldsymbol{r})dV}$



油の密度: $\rho_{油}$　油の体積: $V_{油}$
→油の重さ: $M_{油}=\rho_{油}V_{油}$

水の密度: $\rho_{水}$　水の体積: $V_{水}$
→水の重さ: $M_{水}=\rho_{水}V_{水}$

全体の重さ:$M=M_{油}+M_{水}=\sum_{k=油,水}\rho_k V_k$

場所によって細かく密度が違うなら
→ $\int_V \rho(\mathbf{r})dV$

電場が電荷にする仕事

AからBまでの仕事W_{AB}は

$$\boxed{W_{AB}=q\int_A^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}=U_A-U_B}$$

⟶ 仕事W_{AB}はAとBの位置だけで決まり経路によらない。
⟶「クーロン力は保存力」

$U_A=U(r_A)$ ：力のポテンシャル
‖
電荷qの位置エネルギー

$U_A=q\phi_A$ とおいて

$$\boxed{\phi_A-\phi_B=\frac{1}{q}(U_A-U_B)=\int_{A(C)}^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}}$$ 静電ポテンシャル (電位)

A=S点をφ=0の基準点とすると $\boxed{\phi_B=-\int_{S(C)}^B \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}}$

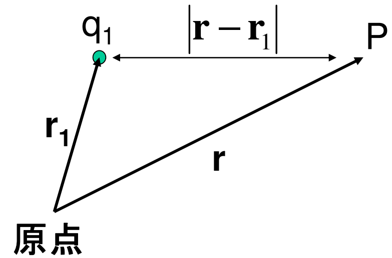
電位(静電ポテンシャル)

原点にある点電荷q_0のつくる電場の位置rでの電位は
基準点Sを無限遠方に取り、

$$\boxed{\phi(r)=-\int_\infty^r \mathbf{E}(r)dr=-\int_\infty^r \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0 r}}$$

$\mathbf{r}_1$にある点電荷q_1のつくる電場の位置$\mathbf{r}$での電位は
基準点Sを無限遠方に取ると、

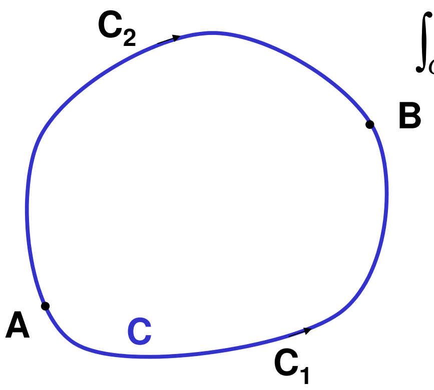
$$\boxed{\phi(r)=\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0|\mathbf{r}-\mathbf{r}_1|}}$$



AからBに向かう経路C_1とC_2

$$\int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

経路がループの場合



$$\int_{C} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_{C_1} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} - \int_{C_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0}$$

渦無しの法則

微分演算子

$$\nabla \equiv \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$ ナブラ

$$\phi = \phi(x, y, z)$$

$$\nabla \phi = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial y}, \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)$$

静電ポテンシャル φ と電場 E との関係

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi = -\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \phi = \left(-\frac{\partial \phi}{\partial x}, -\frac{\partial \phi}{\partial y}, -\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)$$

$$= \text{-grad}\ \phi$$

導体

·導体の内部には電場が無い
　→導体内部に電荷が無い
　→電荷は導体表面にのみ分布
·導体内は等電位
　→電場は導体表面に垂直

導体表面近傍のガウスの法則

$$\varepsilon_0 E \Delta S = \Delta Q = \sigma \Delta S$$

$$\boxed{\sigma = \varepsilon_0 E}$$

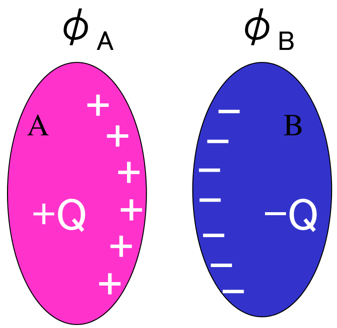
σ :面電荷密度

E :電場

ε_0 :真空の誘電率

キャパシター(コンデンサー)

近接する2体の金属から構成された
電荷を蓄積するための装置



V :電位差

$$V = \phi_A - \phi_B$$

C :電気容量

$$Q = CV$$

単位:F (ファラッド)

コンデンサーの静電エネルギー

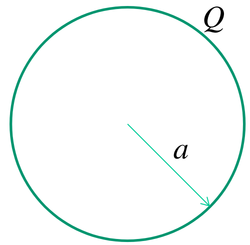
$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2C} Q^2$$

電場のエネルギー

単位体積あたりの静電エネルギー

$$u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

半径aの導体球の表面に正の電荷Qが一様に分布している。



Q1.導体球の内部の電場の大きさを求めよ。
Q2.導体球の中心からの距離をrとして、
　球の外部の電場の大きさ$E(r)$を求めよ。
Q3.導体球の中心からの距離をrとして、
　電位$\varphi(r)$を求めよ。