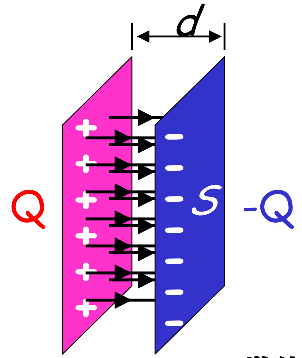
電磁気学I　13回目　§2.6　導体にはたらく電気力

並行平板コンデンサーの極板間に働く力は？



±Qの電荷→引力

大きさは？

静電エネルギーを用いて求める。

力×距離＝仕事
＝エネルギーの増加分

単位面積あたりの力fe= $\frac{1}{2}\sigma E_n = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

マクスウェルの応力　{ **電場の性質：ゴムひものように縮む性質**
横方向には膨張しようとする性質

地上での位置エネルギーと物体に働く力

$U(z) = mgz$

Fに逆らってF'の力で上向きにΔzだけ上げた。
このとき仕事は，

$\Delta W = F'\Delta z$

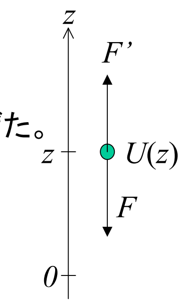
この分だけ位置エネルギーが増える

$$\Delta W = \Delta U = \frac{\partial U(z)}{\partial z}\Delta z = F'\Delta z$$

$$\longrightarrow F' = \frac{\partial U(z)}{\partial z}$$

物体に働いている力は，

$$F = -F' = -\frac{\partial U(z)}{\partial z} = -mg$$



ばねの弾性エネルギーと働く力

$U(x) = \frac{1}{2}kx^2$

Fに逆らってF'の力でΔxひっぱる。
このとき仕事は，

$\Delta W = F'\Delta x$

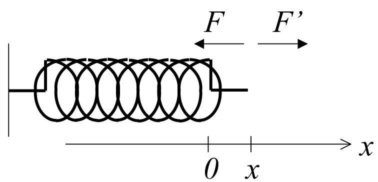
この分だけ位置エネルギーが増える

$$\Delta W = \Delta U = \frac{\partial U(x)}{\partial x}\Delta x = F'\Delta x$$

$$\longrightarrow F' = \frac{\partial U(x)}{\partial x}$$

物体に働いている力は，

$$F = -F' = -\frac{\partial U(x)}{\partial x} = -kx$$



マクスウェルの応力

極板間には引力F_eが働いている

極板を外力F'でΔdだけ動かしたときの仕事

$\Delta W = F'\Delta d = \Delta U$

が、コンデンサーに蓄えられる。

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 Sd$$

$$\Delta W = F'\Delta d = \Delta U = \frac{\partial U}{\partial d}\Delta d$$

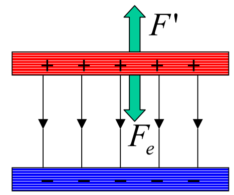
$$F' = \frac{\partial U}{\partial d}$$

$$F_e = -F' = -\frac{\partial U}{\partial d} = -\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 S$$

単位面積あたりの力

$f_e = F_e / S = -\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

⟶ 電気力線に沿って
縮もうとする力



応力 (Stress)とは:

物体の内部に微小な直方体を考える。
各面に(周りの物体から)働く単位面積あたりの力が応力。

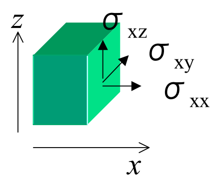
単位は 圧力 と同じ。

x, y, z 軸に対して、それぞれに直交する面を X, Y, Z面 とする。

X面に働く力は、x軸・y軸・z軸それぞれの方向に分解できる。
⇒ σ_{xx}、σ_{xy}、σ_{xz}と書く。
3つの面に対して3軸の力⇒応力全体について9つの成分。

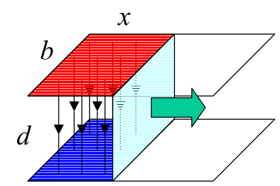
応力テンソル

$$\begin{pmatrix} \boxed{\sigma_{xx} \quad \sigma_{xy} \quad \sigma_{zx}} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$



極板の一部に電荷Q

極板の有効面積は$S=bx$



$$U=\frac{Q^2}{2C}=\frac{Q^2}{2}\frac{d}{\varepsilon_0 S}=\frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 bx}$$

x 方向の力は

$$F_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 bx^2}$$

x が増加する向きに働く

単位面積あたりの力は

$$f_e'=\frac{F_x}{bd}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 b^2 x^2}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

⟶ 電気力線の間隔を広げようとする力