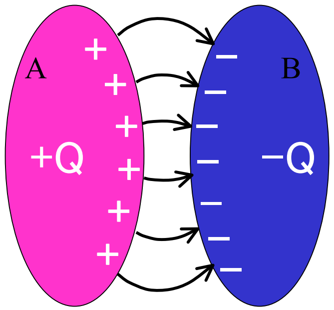
電磁気学I　12回目　§2.5　電場のエネルギー

キャパシター（コンデンサー）とは？



ふたつの導体を近くに置き電荷をためられるようにしたもの。

±Qの電荷を与える。

電位差$V=\phi_A-\phi_B\propto$電荷Q

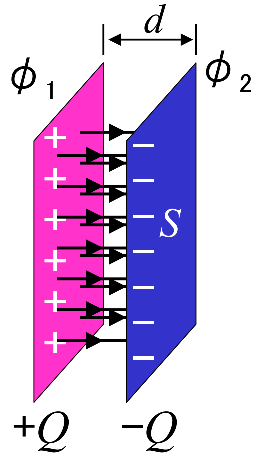
比例係数C：電気容量

$Q=CV$

ABを離しておくにはエネルギーが必要
→静電気エネルギー　$E=QV/2$

電場が担っている→電場の静電気エネルギー$u_e=\varepsilon_0 E^2/2$

コンデンサーの静電エネルギー



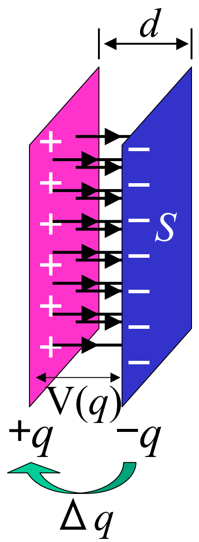
静電エネルギー

$$U=\frac{1}{2}\left(Q\phi_1-Q\phi_2\right)=\frac{1}{2}QV$$

$$U=\frac{1}{2}CV^2=\frac{1}{2C}Q^2$$

コンデンサーの静電エネルギー

求め方



極板に±qの電荷があり、電位差が$V(q)$だとする。
このとき、電気容量をCとすると、

$$V(q)=\frac{q}{C}$$

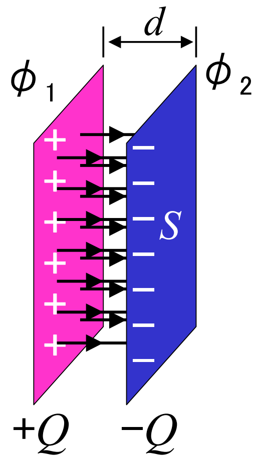
この状況で、$-q$から$+q$へΔqだけ電荷を移動。そのエネルギーΔUは、

$$\Delta U=V(q)\Delta q=\frac{q}{C}\Delta q$$

これを、q=0～Qまで、行うと、コンデンサーが持っているエネルギーが求まる。

$$U=\int_{q=0}^{q=Q}dU=\int_0^Q\frac{q}{C}dq=\frac{Q^2}{2C}$$

コンデンサーの静電エネルギー



コンデンサーの静電エネルギーは電極間の空間(体積Sd)に蓄積されていると解釈

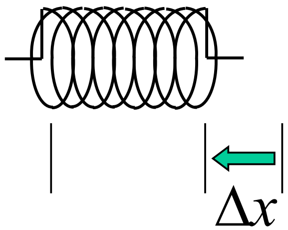
極板間の電場は、$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$

電気容量は、$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d}$

単位体積あたりの静電エネルギーは、

$$u_e=\frac{U}{Sd}=\frac{Q^2}{2C}\frac{1}{Sd}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{Q}{\varepsilon_0 S}\right)^2$$
$$=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

バネのエネルギー → 歪みのエネルギー

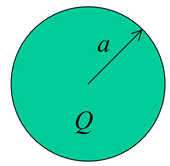


$$U=\int_0^{\Delta x} kx\,dx = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

コンデンサーのエネルギー

→ 電極間の真空に生じた静電場のエネルギー

例題　半径aの導体球に電荷Qがあるときの静電エネルギー　p57



距離rでの電場は $E(r)=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$　$(r>a)$

この付近での単位体積あたりのエネルギー

$$u_e(r)=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E(r)^2=\frac{Q^2}{32\pi^2\varepsilon_0 r^4}$$

これが、導体球の外側全域にわたって存在

$$\longrightarrow U=\int_a^\infty u_e(r)4\pi r^2 dr=\int_a^\infty \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$$

導体球の電位　$\phi=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$　電気容量 $C=4\pi\varepsilon_0 a$

$$U=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}C\phi^2=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 a}$$