

今日の重要事項

コンデンサーが蓄えているエネルギー

電気容量 C のコンデンサーに $\pm Q$ の電荷が蓄えられている時、電極間の電位差を V として、

$$U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} Q^2 = \frac{1}{2} CV^2 \text{ のエネルギーがコンデンサーに蓄えられている。}$$

電場のエネルギー

単位体積あたりの電場のエネルギー(エネルギー密度)は $u_e = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

宿題およびその解答

半径 a, b の同軸円筒導体(軸に沿って長さ l) を電極とするキャパシターの電気容量を求めよ。

(解答) 内側と外側の導体にそれぞれ $\pm Q$ の電荷を与えるとする。中心軸から距離 r の場所での電場 $E(r)$ は、ガウスの法則より $a < r < b$ のみに存在し、その大きさは、

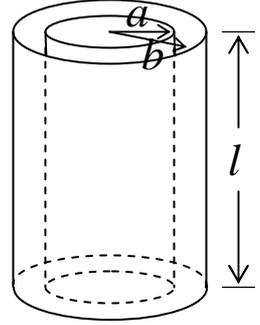
$$\epsilon_0 \times 2\pi r l \times E(r) = Q \text{ より、} E(r) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l r}$$

内側と外側の導体の電位差は、

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \int_a^b r^{-1} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} [\ln r]_a^b = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} (\ln b - \ln a) \\ &= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \frac{b}{a} \end{aligned}$$

これを、 $V = \frac{Q}{C}$ と比較すると、

$$C = 2\pi\epsilon_0 l \left(\ln \frac{b}{a} \right)^{-1}$$



宿題

半径 a の導体球に電荷 Q があるときの静電エネルギーを、

- 1) 導体球の電気容量 C を求めて、キャパシターの持っているエネルギーを計算
- 2) 導体の内外の電場 E を求めて、全空間の電場が持っているエネルギーを計算の両方で計算して、一致することを確認せよ。