今日の重要事項

キャパシター（コンデンサー）と電気容量

電位差V、電荷QQ、電気容量C

$Q = CV$　　　　　　単位[F]：ファラッド

コンデンサーが蓄えているエネルギー

電気容量 C のコンデンサーに±Q の電荷が蓄えられている時、電極間の電位差を V として、

$$U = \frac{1}{2}QV = \frac{1}{2C}Q^2 = \frac{1}{2}CV^2$$ のエネルギーがコンデンサーに蓄えられている。

宿題およびその解答

$z \le 0$の領域に無限に広い導体平面がある。点 A(0, 0, h)に点電荷 q があるとき、鏡像法を用いて、　電位$\phi(x, y, z)$を求めよ。また、求めた電位から電場を計算せよ。さらに、電荷と鏡像電荷の２つの点電荷から直接電場を求めてみよ。

（解答）鏡像電荷−q は、(0, 0, −h)に置けばよい。

このとき、電位は、

$$\phi(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z-h)^2}} - \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+(z+h)^2}}\right]$$

電場は、

$$\vec{E}(x,y,z) = -grad\phi(x,y,z) = \left(-\frac{\partial\phi}{\partial x}, -\frac{\partial\phi}{\partial y}, -\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)$$

から求めればよい。

$$E_x(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{x}{\left\{x^2+y^2+(z-h)^2\right\}^{3/2}} - \frac{x}{\left\{x^2+y^2+(z+h)^2\right\}^{3/2}}\right]$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{y}{\left\{x^2+y^2+(z-h)^2\right\}^{3/2}} - \frac{y}{\left\{x^2+y^2+(z+h)^2\right\}^{3/2}}\right]$$

$$E_z(x,y,z) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{z-h}{\left\{x^2+y^2+(z-h)^2\right\}^{3/2}} - \frac{z+h}{\left\{x^2+y^2+(z+h)^2\right\}^{3/2}}\right]$$

ところで、点 A の電荷 q が点 P(x, y, z)に作る電場は、クーロンの法則から

$$\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{AP}}{\left|AP\right|^3} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(x,y,z-h)}{\left\{x^2+y^2+(z-h)^2\right\}^{3/2}}$$

一方、鏡像電荷−q が作る電場は、⇒　⇒　⇒　$\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(x,y,z+h)}{\left\{x^2+y^2+(z+h)^2\right\}^{3/2}}$

q と−q が作る電場は、これらを加えればよい。結果は、もちろん、上の答えと一致する。

宿題

半径 a,b の同軸円筒導体（軸に沿って長さ l）を電極とするキャパシターの電気容量を求めよ。