電磁気学Ⅰ　第９回目（'06.11.15）

今日の重要事項

導体

電気を流すことができる物質。物質内に移動できる電子(あるいはイオン)がある。

静電誘導

導体に外部から電荷を近づけると、導体内で電荷の移動が起こり、電荷分布が誘導される。

静電誘導と電場

導体内部に電場はない。
導体表面では電場は常に面に垂直。
内部では電位はどこでも等しく、導体表面が等電位面。

導体と電荷

導体に電荷を与えたとき、電荷は導体表面にのみ分布する。電荷の面密度を σ 、導体表面近傍の電場を E とすると $\sigma = \varepsilon_0 E$ 。

小テストと宿題解答

電気双極子が作る電位を求めて、そこから電場を求めよ。
(答)　省略。教科書 P31～32 および、前回の講義参照のこと。

電場をクーロンの法則から直接求めたものと比較せよ。
(答)
$(0,0,l)$にある$+q$が点(x, y, z)に作る電場は、

$$\vec{E}_+ = \frac{+q(x,y,z-l)}{4\pi\varepsilon_0\left[x^2+y^2+(z-l)^2\right]^{3/2}}$$

同様に、$(0,0,-l)$にある$-q$が点(x, y, z)に作る電場は、

$$\vec{E}_- = \frac{-q(x,y,z+l)}{4\pi\varepsilon_0\left[x^2+y^2+(z+l)^2\right]^{3/2}}$$

$(1+\delta)^{\alpha}=1+\alpha\delta$
($\delta<<1$のとき)

$l << r = \left[x^2+y^2+z^2\right]^{1/2}$ のとき、$\left[x^2+y^2+(z\pm l)^2\right]^{-3/2}$ は、近似すると、

$$\left[x^2+y^2+(z\pm l)^2\right]^{-3/2} \approx \left[x^2+y^2+z^2\pm 2zl\right]^{-3/2} = \left[r^2\pm 2zl\right]^{-3/2}$$

$$= \left[r^2\left(1\pm\frac{2zl}{r^2}\right)\right]^{-3/2} = \frac{1}{r^3}\left(1\pm\frac{2zl}{r^2}\right)^{-3/2} \approx \frac{1}{r^3}\left(1\mp\frac{3}{2}\frac{2zl}{r^2}\right) = \frac{1}{r^3}\mp\frac{3lz}{r^5}$$

したがって、電場は $\vec{E}=\vec{E}_+ + \vec{E}_-$ より、$E_x = \dfrac{qx}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\dfrac{1}{r^3}+\dfrac{3lz}{r^5}\right\} + \dfrac{(-q)x}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\dfrac{1}{r^3}-\dfrac{3lz}{r^5}\right\} = \dfrac{6lqxz}{4\pi\varepsilon_0 r^5} = \dfrac{3pxz}{4\pi\varepsilon_0 r^5}$

同様に $E_y = \dfrac{3pyz}{4\pi\varepsilon_0 r^5}$

$$E_z = \frac{q(z-l)}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{r^3}+\frac{3lz}{r^5}\right\} + \frac{(-q)(z+l)}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\frac{1}{r^3}-\frac{3lz}{r^5}\right\} = \frac{-p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} + \frac{3pz^2}{4\pi\varepsilon_0 r^5}$$

となり、電位から求めたものと一致する。(当たり前だが。)

宿題

1) 導体表面に面電荷密度 σ があるとき、導体内部には電場がないことに注意して、表面近傍の電場をガウスの法則から求めよ。
2) 半径 R の導体球に電荷 Q を与えた。電荷はどこに分布するか。また、この球の表面近傍の電場を、(a): 1)の結果を用いて、(b): 半径 r (r>R)の閉曲面にガウスの法則を適用して電場 E(r)を求め r=R とおく、の二つの方法で求めよ。