

今日の重要事項
電気双極子

同じ大きさの正電荷と負電荷が近い距離をへだてて配置しているもの。距離 d 、電荷 q の場合
電気双極子モーメントの大きさ $p=qd$ 、向きは負電荷から正電荷の向き

一様な電場中の電気双極子

力のモーメント: $\vec{N} = \vec{p} \times \vec{E}$

エネルギー: $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$


宿題・小テスト解答

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi = \left(-\frac{\partial\phi}{\partial x}, -\frac{\partial\phi}{\partial y}, -\frac{\partial\phi}{\partial z} \right)$$

1) $\phi = -E_0z$ のとき、電場を求めよ。

$$E_x = -\frac{\partial\phi}{\partial x} = 0, \quad E_y = -\frac{\partial\phi}{\partial y} = 0$$

$$E_z = -\frac{\partial\phi}{\partial z} = -\frac{\partial}{\partial z}(-E_0z) = E_0$$

$$\mathbf{E} = (0, 0, E_0)$$

2) $\phi = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r}$ のとき、電場を求めよ。ただし、 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。

$$E_x = -\frac{\partial\phi}{\partial x} = -\frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial\phi}{\partial r} = -\frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} r^{-1} = -r^{-2} = -\frac{1}{r^2}$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} = \frac{1}{2} (x^2 + y^2 + z^2)^{-1/2} \cdot 2x = \frac{x}{r}$$

$$E_x = -\frac{\partial r}{\partial x} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r} \right) = -\frac{x}{r} \left(-\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \right) = \frac{q_0 x}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

同様に、

$$E_y = \frac{q_0 y}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \quad E_z = \frac{q_0 z}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

よって、

$$\mathbf{E} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r^3} (x, y, z) = \frac{q_0 \mathbf{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$


宿題

電気双極子が作る電位を求めて、そこから電場を求めよ。

また、電場をクーロンの法則 $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}}{r^3}$ から直接求めたものと比較せよ。

前半は教科書に書いてあるが、まずは、自分でやってみて、答え合わせをしたものを提出のこと。