



今日の重要事項

電位(静電ポテンシャル)

点 S を基準としたときの点 A(位置ベクトル \mathbf{r})での静電ポテンシャル (電位)

$$\phi(r) = - \int_S^A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

原点の点電荷 q_0 による \mathbf{r} での静電ポテンシャルを無限遠を基準点とすると、

$$\phi(r) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 r}$$

静電エネルギー(電荷の位置エネルギー)

電位 $\phi(r)$ のところにある電荷 q が持っている位置エネルギー U

$$U(r) = q\phi(r)$$

渦なしの法則

任意に選んだ閉じた経路 C に対して $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0$ が成り立つ。

→電場中で電荷を動かすときにする仕事が、始点と終点のみに依存し、その間の経路によらない。

電場と電位の関係

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = - \nabla \phi(\mathbf{r})$$



宿題解答

同じ中心を持つ半径 R_1 , R_2 の球面があり、その間の空間に電荷が密度 ρ で一様に分布しているとき、生じる電場を求めよ。ただし、 $R_1 < R_2$ とする。

解答

電荷分布が球対称なので、電場も球対称であり、向きは球の中心から放射状、その強さは中心からの距離 r にのみ依存する。そこで、ガウスの法則を適用する閉曲面を、二つの球面と同じ中心を持つ半径 r の球面とする。

この球面に対するガウスの法則の左辺 $\epsilon_0 \int E_n dS$ は、(この球面上で、球の中心からの距離が一定値 r であるから、電場の強さも一定の $E(r)$ であり、その向きは球面と垂直であるから、 $E_n = E(r)$ として、積分全範囲で一定値である。よって積分の値は、 $\epsilon_0 \times E(r) \times$ 「閉曲面 S の面積」となるから、 $\epsilon_0 \times E(r) \times 4\pi r^2$ となる。

一方、ガウスの法則の右辺 (閉曲面 S 内の総電荷) は

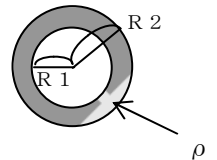
$$\left\{ \begin{array}{ll} r < R_1 \text{ のとき} & 0 \quad (\text{閉曲面 } S \text{ は内側の球面 (半径 } R_1) \text{ の内側} \Rightarrow \text{その中に電荷なし}) \\ R_1 < r < R_2 \text{ のとき} & \frac{4}{3}\pi(r^3 - R_1^3)\rho \quad (\text{閉曲面 } S \text{ は二つの球面の間} \\ & \Rightarrow \text{閉曲面内の電荷は半径 } R_1 \text{ の球面の外側で } S \text{ より内側}) \\ r > R_2 \text{ のとき} & \frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)\rho \quad (\text{閉曲面 } S \text{ は二つの球面の外側} \Rightarrow \text{二つの球面間の総電荷が閉曲面の内側}) \end{array} \right.$$

となる。

よってガウスの法則は、

$$\epsilon_0 4\pi r^2 E(r) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & (r < R_1) \quad \text{となり} \\ \frac{4}{3}\pi(r^3 - R_1^3)\rho & (R_1 < r < R_2) \\ \frac{4}{3}\pi(R_2^3 - R_1^3)\rho & (r > R_2) \end{array} \right. \quad E(r) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & (r < R_1) \\ \frac{(r^3 - R_1^3)\rho}{3\epsilon_0 r^2} & (R_1 < r < R_2) \\ \frac{(R_2^3 - R_1^3)\rho}{3\epsilon_0 r^2} & (r > R_2) \end{array} \right.$$

と求まる。



宿題

z 方向を向いた一様な電場 $\mathbf{E}=(0,0,-E)$ がある。 $z=0$ を基準($\phi=0$)として、電位 $\phi(z)$ を求めよ。また、等電位面(線)を書け。また、 z の位置に電荷 q をおいた時に電荷に働く力と、この電荷が持つ静電エネルギー(位置エネルギー)を求めよ。