電磁気学Ⅰ　第四回目（’11.10.19）

今日の重要事項

<u>電気力線と電場</u>

1）電場は電気力線の各点の接線方向で、向きは電気力線と同じ向き。

2）電場の大きさは電気力線の「混みぐあい」(＝密度)に比例する。

3）電気力線は正電荷から出発し、負電荷で終わる。途中で途切れない。

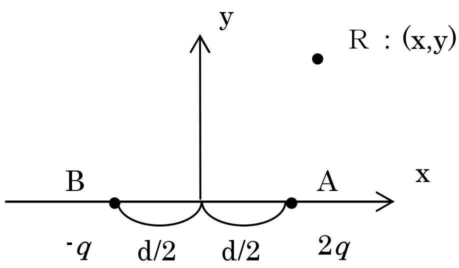
4）閉じた面を貫いて外に出て行く電気力線の総本数は、面に包み込まれている電荷に比例する。

<u>ガウスの法則　（電場の基本法則：電気力線と電荷の関係）</u>

$$\varepsilon_0 \int_S E_n dS(\text{閉曲面Sを貫く電気力線の数}) = \varepsilon_0 \int_S \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}dS \left.\begin{aligned} &= q \\ &= \sum_{(i\in S)} q_i \\ &= \int_V \rho(\boldsymbol{r})dV \end{aligned}\right\}\text{閉曲面Sの中にある電荷}$$

宿題解答

A）２個の点電荷 2q、-q が図のように点 A、B におかれているとき、以下の値を求めよ。



1）点 A、B の座標　　答え　A:（d/2, 0）　　B:(-d/2, 0)

2）点 A から点 R(x,y)へのベクトル $\overrightarrow{AR}$

$\overrightarrow{AR}=\overrightarrow{OR}-\overrightarrow{OA}$＝(x,y)－（d/2, 0）＝（x－d/2, y）

3）点電荷 2q が点 R(x,y)につくる電場 $\boldsymbol{E}_A$

$$\boldsymbol{E}_A = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\overrightarrow{AR}}{\left|\overrightarrow{AR}\right|^3} = \frac{2q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(x-d/2, y)}{\left\{(x-d/2)^2+y^2\right\}^{3/2}}$$

4）電荷-q が点 R(x, y)につくる電場 $\boldsymbol{E}_B$

電荷-q から点 R(x, y)へのベクトル、$\overrightarrow{BR}$ は、

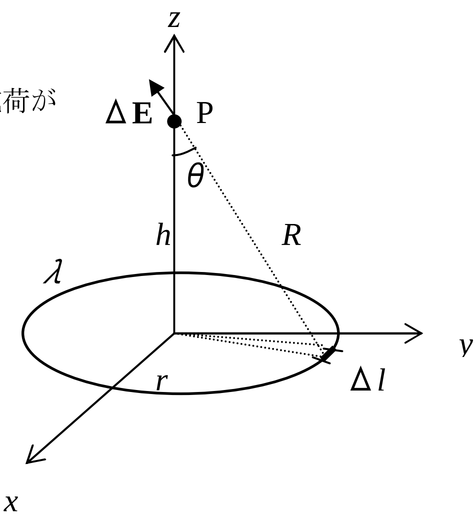
$\overrightarrow{BR}=\overrightarrow{OR}-\overrightarrow{OB}$＝(x, y)－（－d/2, 0）＝（x＋d/2, y）

よって電荷-q が点 R(x, y)につくる電場 $\boldsymbol{E}_B$ は $\boldsymbol{E}_B = \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\overrightarrow{BR}}{\left|\overrightarrow{BR}\right|^3} = \dfrac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{(x+d/2, y)}{\left\{(x+d/2)^2+y^2\right\}^{3/2}}$

5）2q と-q による点 R（x,y）での電場 $\boldsymbol{E}_A+\boldsymbol{E}_B$

$$\boldsymbol{E}_A+\boldsymbol{E}_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2(x-d/2, y)}{\left\{(x-d/2)^2+y^2\right\}^{3/2}} - \frac{(x+d/2, y)}{\left\{(x+d/2)^2+y^2\right\}^{3/2}}\right]$$

B) xy 平面上の中心が原点、半径 r の円周上に、線密度 λ で一様に電荷が分布している。円の中心から h 上方の点 P での電場 E の大きさは?



1）Δq=λ Δl

2）$\Delta E = \dfrac{\Delta q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \dfrac{\lambda\Delta l}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$

3）$\Delta E_z = \Delta E\cos\theta = \dfrac{\lambda\Delta l}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\dfrac{h}{R}$

4）円周上どの点からでも点 P における ΔE_z は一定値。従って、

$$E_z = \int_{\text{円周}} \Delta E_z = \frac{\lambda h}{4\pi\varepsilon_0 R^3}2\pi r = \frac{\lambda h r}{2\varepsilon_0 (r^2+h^2)^{3/2}}$$

5）電場の xy 成分は電荷が対称的に分布しているため、打ち消し合い、ゼロになる。

宿題

原点にある点電荷 q が、距離 r の位置に作る電場 E(r)をガウスの法則から求めよ。

答えはもちろん $\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$。当たり前だが、きちんと式を書くこと。