

## ベクトル

大きさだけを持つ量: スカラー(scalar)

速さ、電荷、質量、エネルギー

大きさと方向を持つ量: ベクトル(vector)

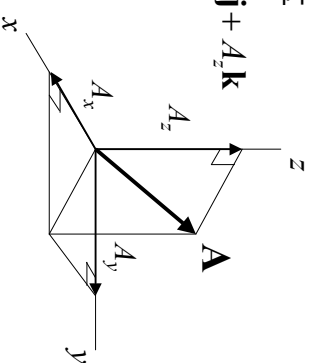
速度、加速度、運動量

$$\vec{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

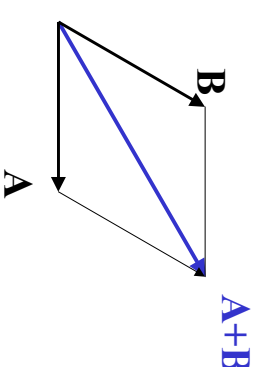
ベクトルの絶対値(長さ)

$$|\mathbf{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$= (A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)^{1/2}$$



## ベクトルの和



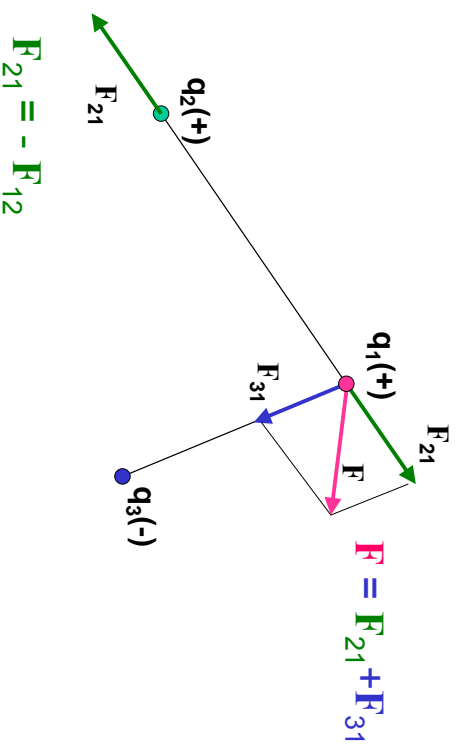
$$\mathbf{A} = (A_x, A_y, A_z)$$

$$\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$$

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y, A_z + B_z)$$

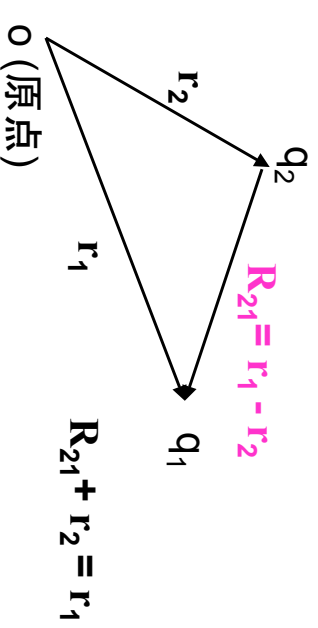
$$a \mathbf{A} = (a A_x, a A_y, a A_z)$$

## ベクトルの和

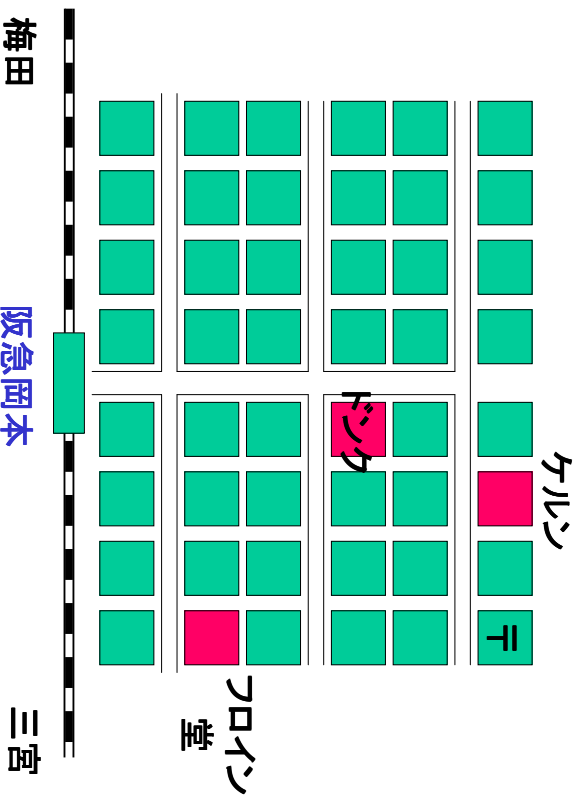


## 位置ベクトル

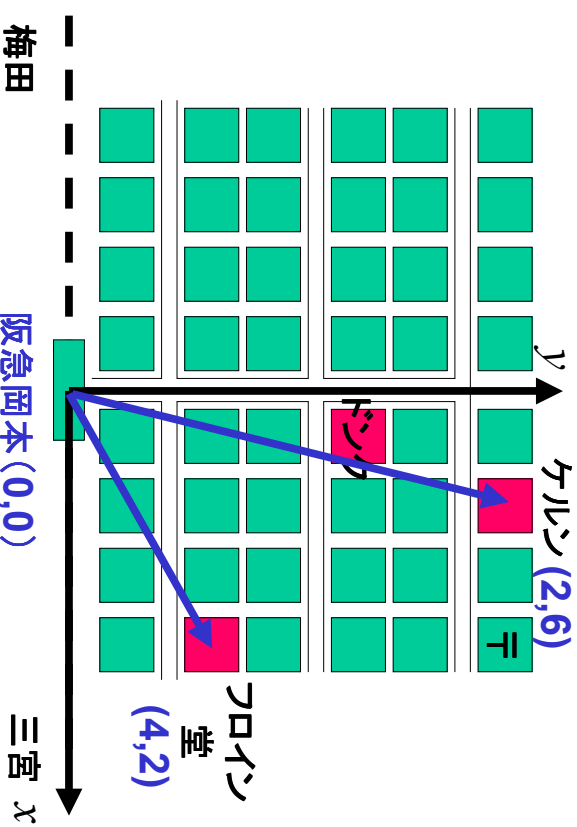
空間の点の位置を示すベクトル



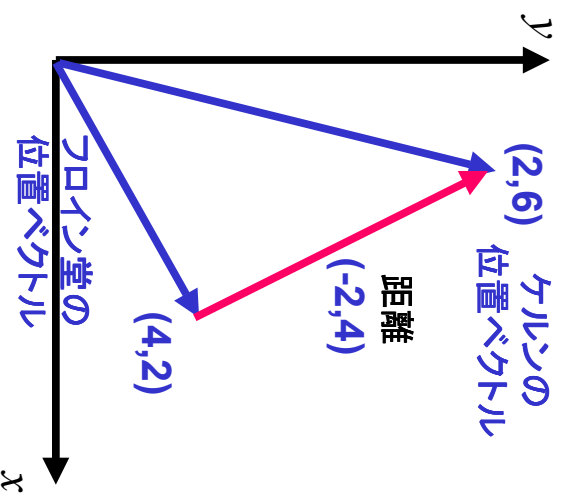
### 岡本近辺のパン屋さん



### 岡本近辺のパン屋さん

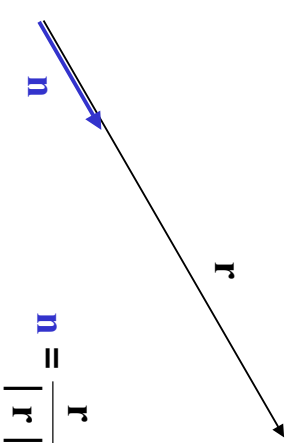


### 岡本近辺のパン屋さん



### 単位ベクトル

絶対値(長さ)が1のベクトル



$$n = \frac{r}{|r|}$$

rの方向の単位ベクトル

### クーロンの法則

大きさを表すと

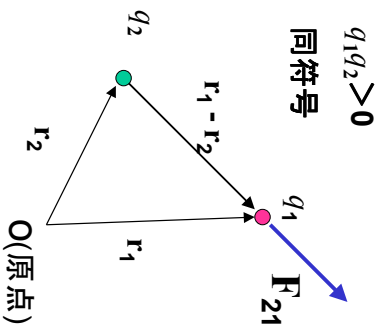
$$F_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}$$

$\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  方向の単位ベクトル

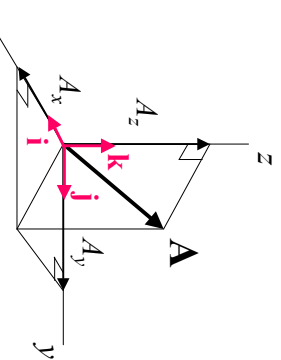
$$\mathbf{n}_{21} = \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|}$$

ベクトルで表すと

$$\mathbf{F}_{21} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^3}$$



### スカラー積(内積)



$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j} + A_z \mathbf{k}$$

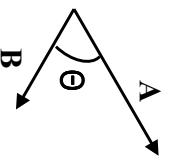
$$= (A_x, A_y, A_z)$$

$$\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j} + B_z \mathbf{k}$$

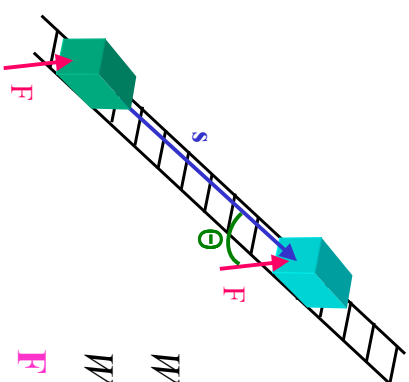
$$= (B_x, B_y, B_z)$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos(\Theta)$$

$$= A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



### スカラー積(内積)



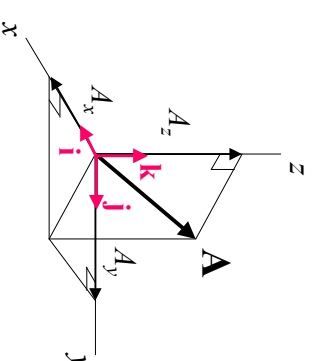
$$W = F s \cos(\Theta) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{s}$$

$W$ : 仕事

$\mathbf{F}$ : 力のベクトル

$\mathbf{s}$ : 変位のベクトル

### スカラー積(内積)



$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} = 1$$

$$\mathbf{i} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{j} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{i} = 0$$

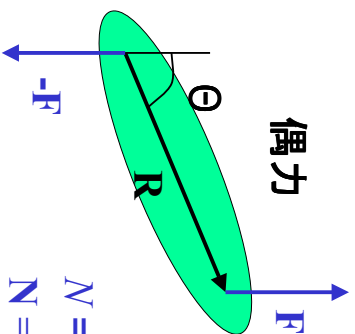
$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$$

$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C}$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A} = A^2 = |\mathbf{A}|^2$$

### ベクトル積(外積)

回転を表現するのに適している



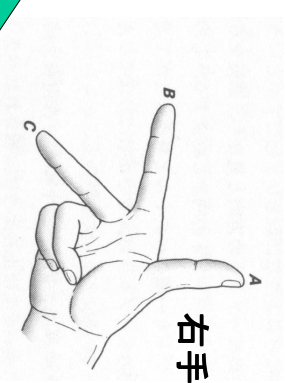
$$N = RF \sin(\theta)$$

$$N = R \times F$$

N:力のモーメント

### ベクトル積(外積)

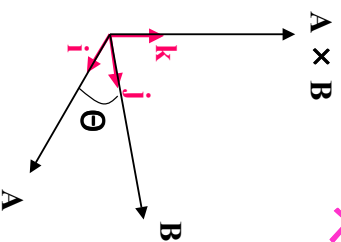
回転を表現するのに適している



$$C = A \times B$$

$$|C| = AB \sin(\theta)$$

### ベクトル積(外積)



$$i \times i = j \times j = k \times k = 0$$

$$i \times j = k \quad j \times k = i \quad k \times i = j$$

$$A \times B = -B \times A$$

$$A \times (B+C) = A \times B + A \times C$$

$$A \times A = 0$$

$$(A \times B)_x = A_y B_z - A_z B_y$$

$$(A \times B)_y = A_z B_x - A_x B_z$$

$$(A \times B)_z = A_x B_y - A_y B_x$$

### ベクトルの微分演算子

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$$

$\frac{\partial}{\partial x}$  は、 $y, z$ を定数だと思って $x$ のみ微分を行う、偏微分を示す。

$f(x, y, z)$  は、変数 $x, y, z$ のスカラ関数

$A(x, y, z) = (A_x(x, y, z), A_y(x, y, z), A_z(x, y, z))$  は、ベクトルとすると

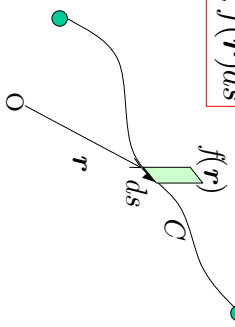
$$\nabla f(x, y, z) \longrightarrow \text{ベクトル}$$

$$\nabla \cdot A(x, y, z) \longrightarrow \text{スカラ}$$

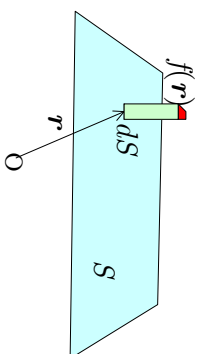
$$\nabla \times A(x, y, z) \longrightarrow \text{ベクトル}$$

## 線積分・面積分・体積分

$$\int_C f(\mathbf{r}) ds$$



$$\int_S f(\mathbf{r}) dS$$



$$\int_V f(\mathbf{r}) dV$$

